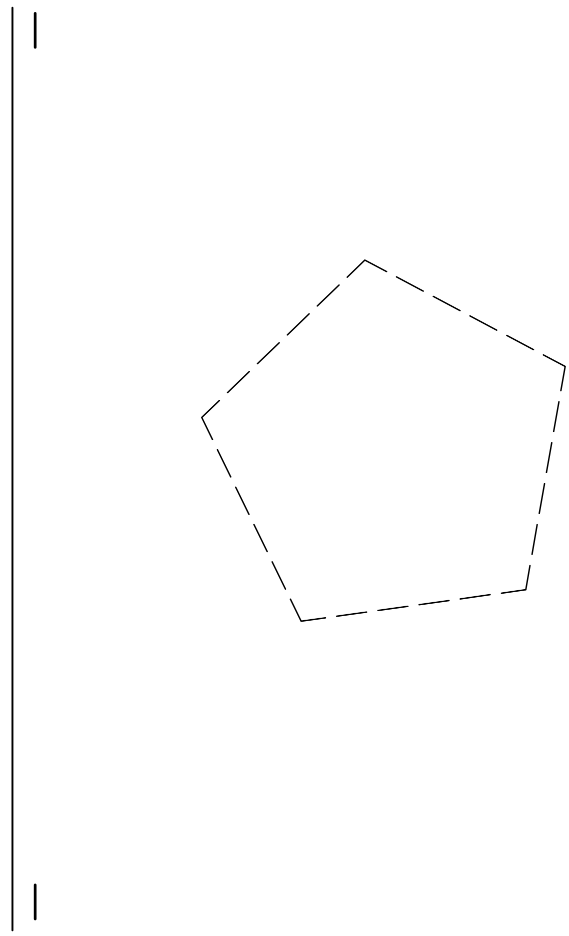
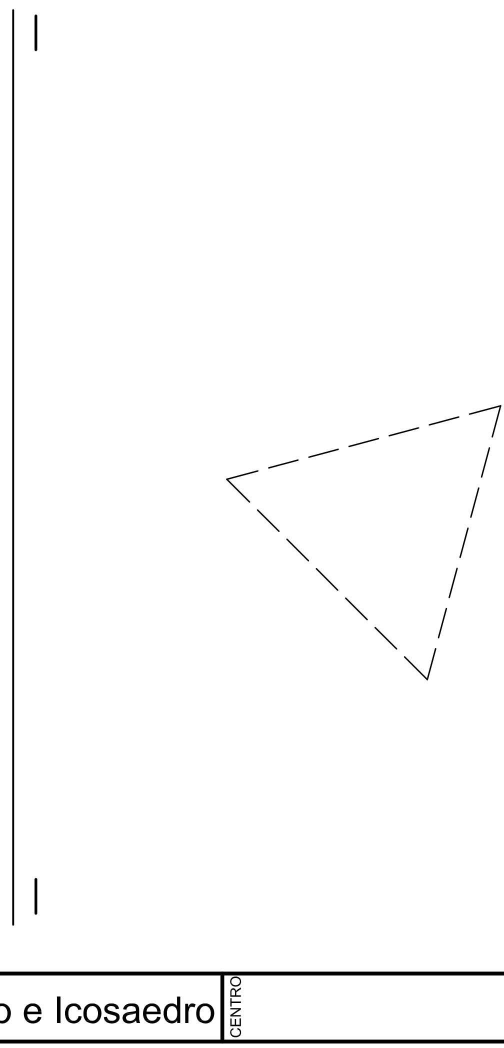


Dibujar las proyecciones del dodecaedro apoyado en el PH, cuya cara-base es el pentágono regular, dibujado en proyección horizontal



Dibujar las proyecciones del icosaedro apoyado en el PH, cuya cara-base es el triángulo equilátero, dibujado en proyección horizontal

ARG Diédrico: Dodecaedro e Icosaedro

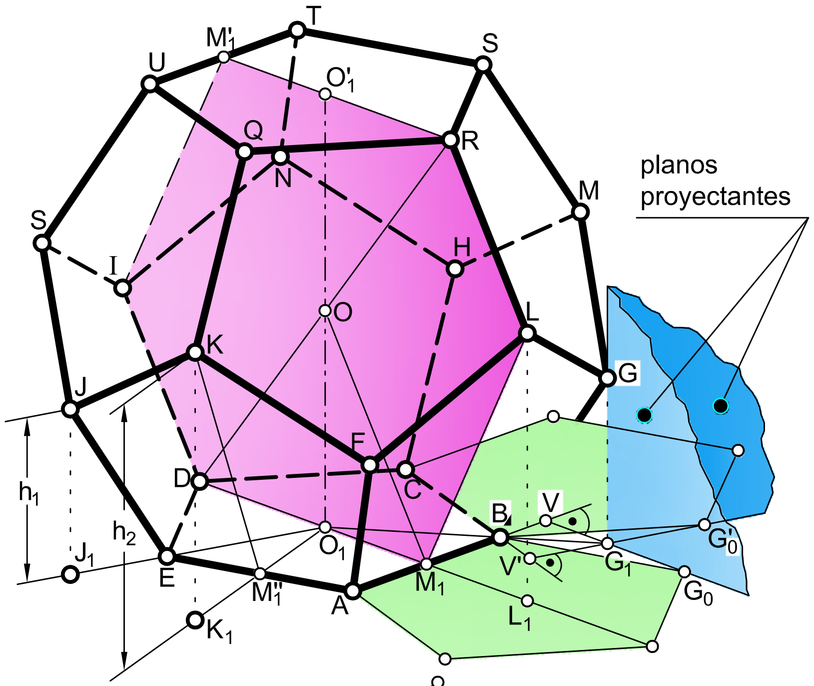
CENTRO

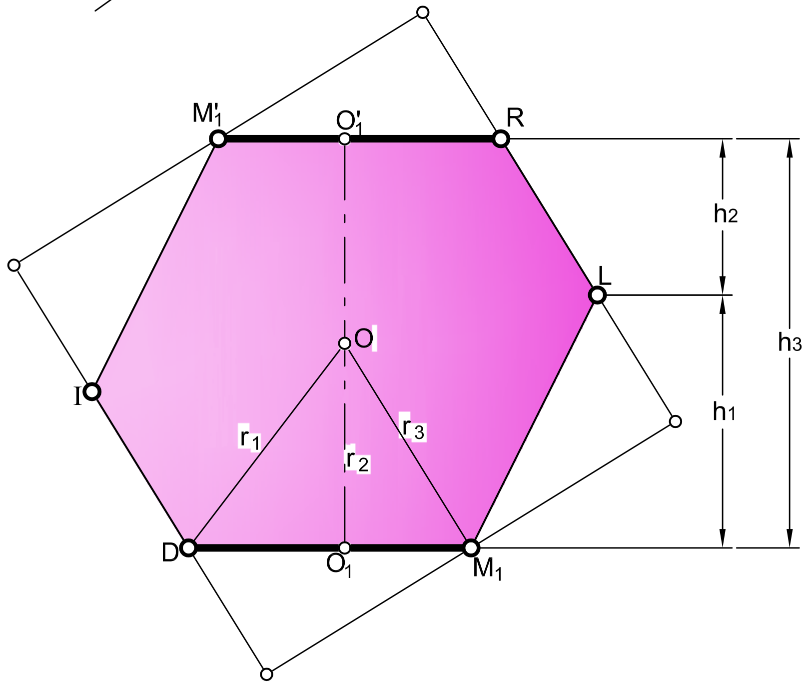
BT II 2.20

BT II 2.20

Diédrico: Dodecaedro e Icosaedro

CENTRO





El dodecaedro es el cuerpo Platónico, formado por 12 caras, que son pentágonos regulares, 30 aristas y 20 vértices. Según Platón, dada su perfección se le asociaba con la divinidad, pues era la quinta esencia. Su dual es el icosaedro. Veamos algunas de sus características geométricas.

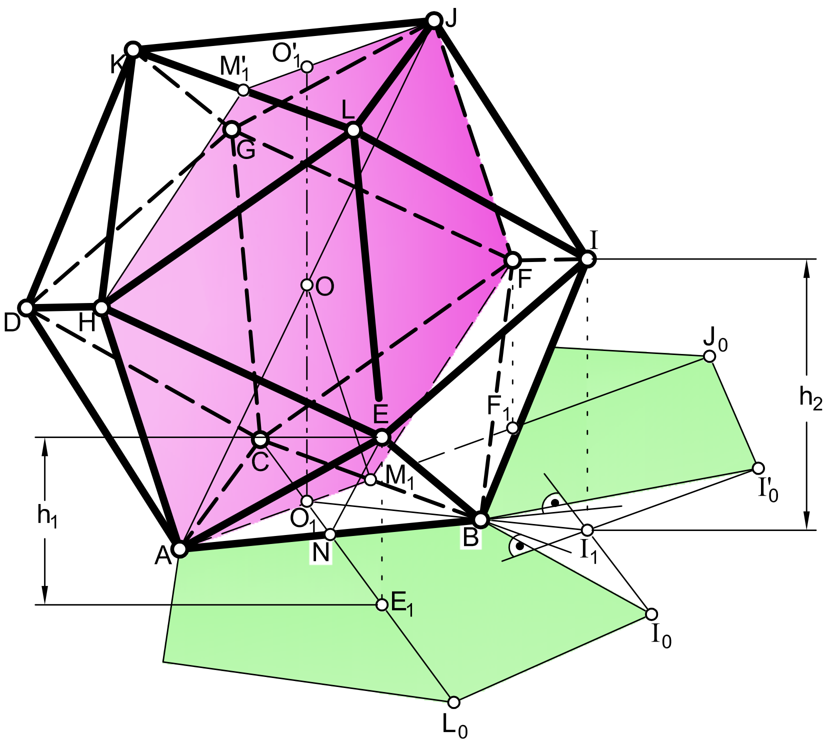
Sea el dodecaedro apoyado en la cara ABCDE (base = Plano PH) y con dos caras, las correspondientes a las aristas AB y BC abatidas, sobre el PH (sombreadas de verde). Determinemos las alturas de los otros vértices:

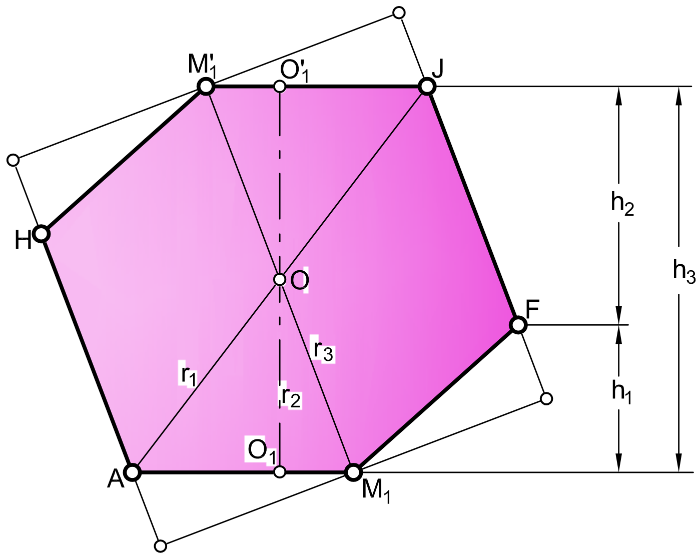
1. El abatimiento del vértice, G, respecto de la arista BC es el punto G'_0, que describe un arco de circunferencia, que es perpendicular a la arista, BC, luego está en un proyectante horizontal (azul oscuro), cuya traza horizontal es la línea G'_0V'.
2. Siguiendo un razonamiento similar, del abatimiento del vértice G, respecto de la arista, AB, tenemos otro proyectante (azul claro), de traza horizontal, G_0V.
3. La intersección de ambos proyectantes, da una recta vertical, que contiene el vértice, G, y su proyección, G_1,sobre el PH. Observese que la intersección de las trazas horizontales, da la proyección horizontal, G_1,que está en la línea O_1B.
4. El segmento $GG_1 = JJ_1$, es la altura, h_1, de los vértices F, G, H, I y J.

   Esta altura se determina, mediante el abatimiento del triángulo rectángulo, GG_1B, del que se conoce el cateto base, BG_1 y la hipotenusa de valor la arista del dodecaedro.
5. El vértice L, se proyecta en L_1, siendo entonces el segmento $LL_1 = KK_1$, la altura, h_2, de los vértices K, L, M, N y P, que se determina abatiendo el triángulo rectángulo M_1L_1L, del que desconocemos el cateto M_1L_1.
6. El valor del M_1L_1, se determina fijándonos en el centro O_1 de la base y en O_2 de la cara superior QRSTU (tapa). Observemos que el vértice L está, con respecto a la tapa, en la misma situación que el G con respecto a la base, resultando por tanto que él $G_1O_1 = L_1O_1$, es decir las proyecciones L_1 y G_1 están sobre una misma circunferencia, lo que sucede con los demás vértices F, H, ...y P. Esto es fundamentalmente para el dibujo del dodecaedro apoyado en una cara.
7. Por ultimo los vértices de la tapa tienen de cota $h_3 = h_1 + h_2$, pues por ejemplo, del punto G a la base hay la misma distancia, h_1, que del punto L a la tapa; y del L a la base lo mismo que del G a la tapa, h_2.
8. 4 - Si seccionamos al dodecaedro (sección principal) por un plano que contenga a dos aristas opuestas, por ejemplo, la LQ y DI, tenemos un hexágono irregular LQM'_1IDM_1, que podemos dibujar con las medidas obtenidas y cuyo centro O, intersección de la diagonal DR con O_1O_2, coincide con el centro del dodecaedro, resultando que:

- $r_1 = OD$ (esfera circunscrita, toca los vértices)
- $r_2 = OO_1$ (esfera inscrita, tangente a las caras)
- $r_3 = OM_1$ (esfera tangente a la arista)

Curiosamente esta sección está inscrita en un cuadrado, pues la distancia entre aristas opuestas, por ejemplo la ID con la RL, coincide con la distancia entre los puntos medios de aristas opuestas, M'_1 con M_1.





El icosaedro es el cuerpo dual del dodecaedro, por lo que tiene, 20 caras que son triángulos equiláteros, 30 aristas y 12 vértices. Según Platón representaba el agua. Veamos algunas de sus propiedades geométricas.

Sea el icosaedro apoyado en la cara ABC (base), veamos como determinar las alturas de los demás vértices.

1 - Las caras de vértice común E, forman una pirámide de base un pentágono regular ABILH lo mismo que les sucede a las de vértice F, que forman él BCGJI.

Ambos pentágonos están abatidos sobre el plano base.

Siguiendo un razonamiento parecido al del dodecaedro, los puntos I_0 e I'_0 al son los abatimientos del vértice I, cuya proyección es I_1, siendo él $II_1 = h_2$ cota de los vértices G, H e I, que se determina abatiendo el triángulo rectángulo BI_1I.

2 - El vértice E dista de la tapa lo mismo que el I de la base, de lo que podemos deducir que su proyección E_1 sobre el plano base dista de O_1 (centro de la cara ABC) la misma distancia que la proyección I_1.

Al abatir el triángulo rectángulo NE_1E podemos determinar la cota $h_1 = EE_1$ de los vértices D, E y F.

3 - Por igual razón que con el dodecaedro, la distancia entre la base y la tapa vale $h_3 = h_1 + h_2$.

4 - Si seccionamos al icosaedro por un plano que contenga a dos aristas opuestas, por ejemplo, la FJ y HA, obtenemos un hexágono irregular $M_1FJM'_1HA$, de centro O, el mismo que el del icosaedro, cuyo dibujo se muestra en la figura inferior, realizado a partir de las medidas obtenidas, teniendo los radios de las esferas, circunscrita, inscrita y tangentes a las aristas, respectivamente:

- $r_1 = OA$
- $r_2 = OO_1$
- $r_3 = OM_1$

La sección principal del icosaedro, también está inscrita en un cuadrado.

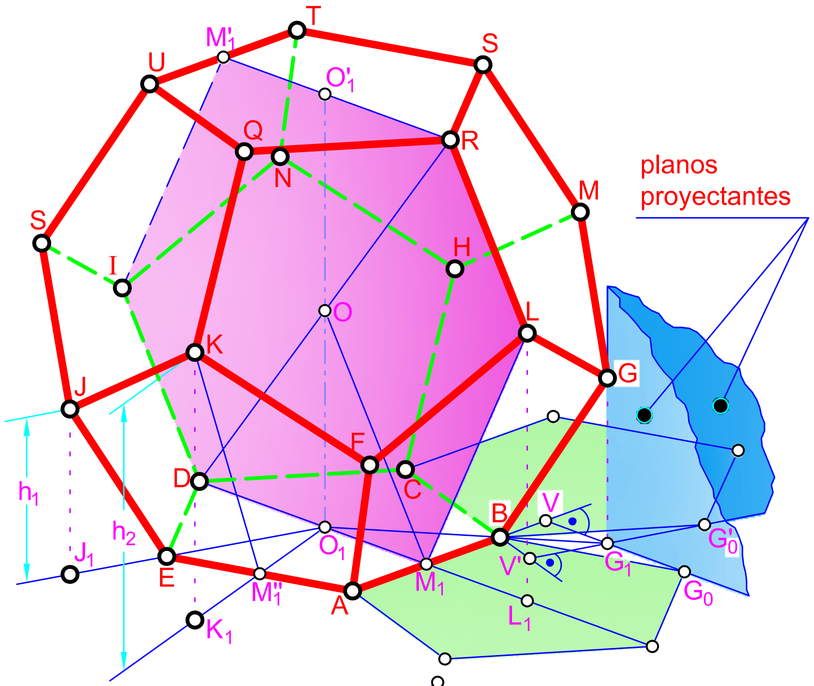
NOTAS:

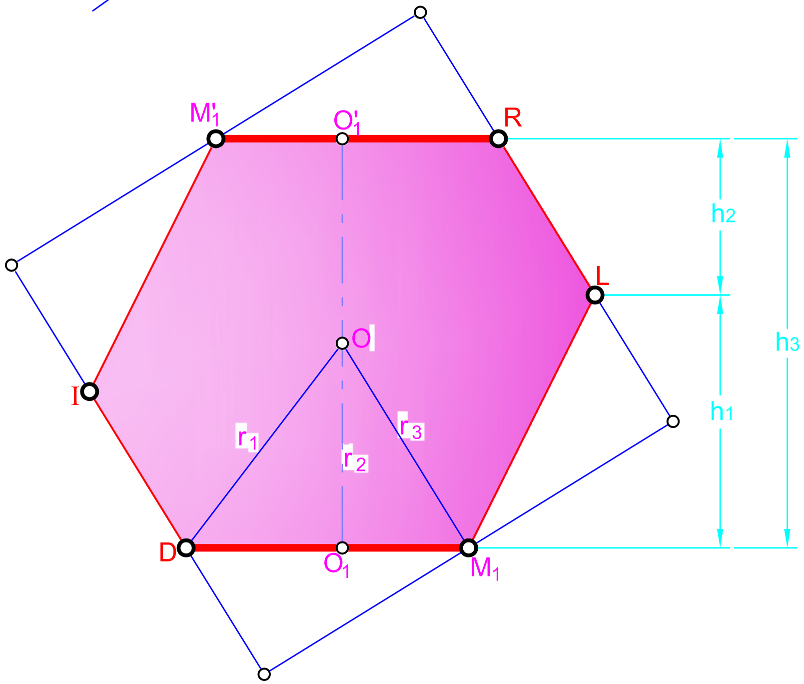
- Las proyecciones de los vértices que no son ni base ni tapa, del dodecaedro forman un decágono regular.
- Las proyecciones de los vértices que no son ni base ni tapa, del icosaedro forman un hexágono regular.

ARG Diédrico: Dodecaedro e Icosaedro

CENTRO

BT II 2.20





El dodecaedro es el cuerpo Platónico, formado por 12 caras, que son pentágonos regulares, 30 aristas y 20 vértices. Según Platón, dada su perfección se le asociaba con la divinidad, pues era la quinta esencia. Su dual es el icosaedro. Veamos algunas de sus características geométricas.

Sea el dodecaedro apoyado en la cara ABCDE (base = Plano PH) y con dos caras, las correspondientes a las aristas AB y BC abatidas, sobre el PH (sombreadas de verde). Determinemos las alturas de los otros vértices:

1. El abatimiento del vértice, G, respecto de la arista BC es el punto G'_0, que describe un arco de circunferencia, que es perpendicular a la arista, BC, luego está en un proyectante horizontal (azul oscuro), cuya traza horizontal es la línea G'_0V'.
2. Siguiendo un razonamiento similar, del abatimiento del vértice G, respecto de la arista, AB, tenemos otro proyectante (azul claro), de traza horizontal, G_0V.
3. La intersección de ambos proyectantes, da una recta vertical, que contiene el vértice, G, y su proyección, G_1,sobre el PH. Observese que la intersección de las trazas horizontales, da la proyección horizontal, G_1,que está en la línea O_1B.
4. El segmento GG_1 = JJ_1, es la altura, h_1, de los vértices F, G, H, I y J.
   Esta altura se determina, mediante el abatimiento del triángulo rectángulo, GG_1B, del que se conoce el cateto base, BG_1 y la hipotenusa de valor la arista del dodecaedro.
5. El vértice L, se proyecta en L_1, siendo entonces el segmento LL_1 = KK_1, la altura, h_2, de los vértices K, L, M, N y P, que se determina abatiendo el triángulo rectángulo M_1L_1L, del que desconocemos el cateto M_1L_1.
6. El valor del M_1L_1, se determina fijándonos en el centro O_1 de la base y en O_2 de la cara superior QRSTU (tapa). Observemos que el vértice L está, con respecto a la tapa, en la misma situación que el G con respecto a la base, resultando por tanto que él G_1O_1 = L_1O_1, es decir las proyecciones L_1 y G_1 están sobre una misma circunferencia, lo que sucede con los demás vértices F, H, ...y P. Esto es fundamentalmente para el dibujo del dodecaedro apoyado en una cara.
7. Por ultimo los vértices de la tapa tienen de cota $h_3 = h_1 + h_2$, pues por ejemplo, del punto G a la base hay la misma distancia, h_1, que del punto L a la tapa; y del L a la base lo mismo que del G a la tapa, h_2.
8. 4 - Si seccionamos al dodecaedro (sección principal) por un plano que contenga a dos aristas opuestas, por ejemplo, la LQ y DI, tenemos un hexágono irregular LQM'_1IDM_1, que podemos dibujar con las medidas obtenidas y cuyo centro O, intersección de la diagonal DR con O_1O_2, coincide con el centro del dodecaedro, resultando que:

- r_1 = OD (esfera circunscrita, toca los vértices)
- r_2 = OO_1 (esfera inscrita, tangente a las caras)
- r_3 = OM_1 (esfera tangente a la arista)

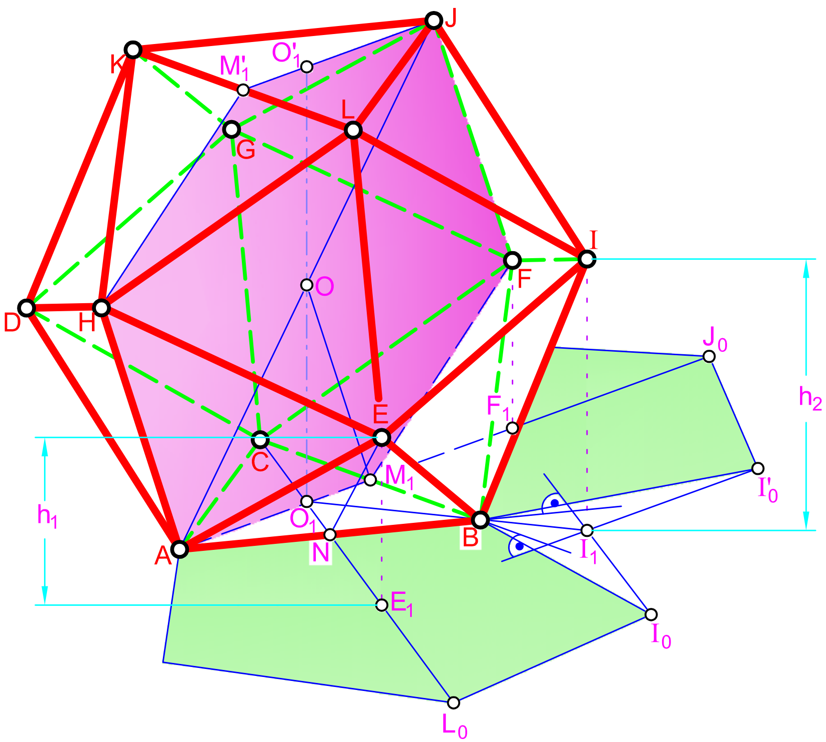
Curiosamente esta sección está inscrita en un cuadrado, pues la distancia entre aristas opuestas, por ejemplo la ID con la RL, coincide con la distancia entre los puntos medios de aristas opuestas, M'_1 con M_1.

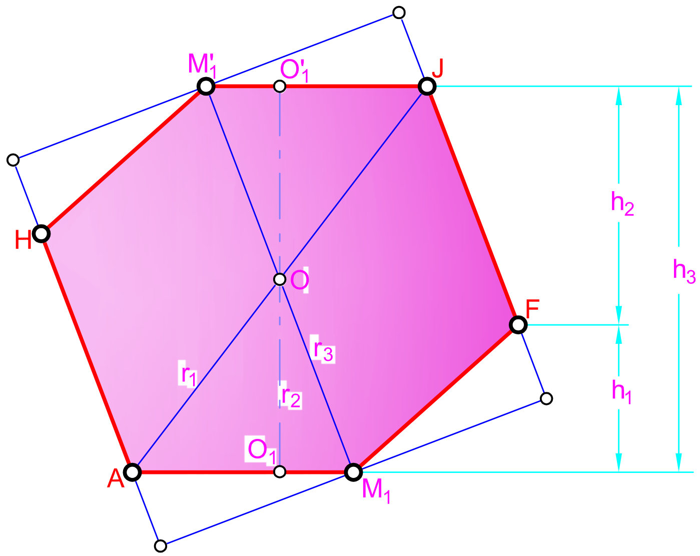
ARG Diédrico: Dodecaedro e Icosaedro

CENTRO

BT II 2.20

Diédrico: Dodecaedro e Icosaedro





El icosaedro es el cuerpo dual del dodecaedro, por lo que tiene, 20 caras que son triángulos equiláteros, 30 aristas y 12 vértices. Según Platón representaba el agua. Veamos algunas de sus propiedades geométricas.

Sea el icosaedro apoyado en la cara ABC (base), veamos como determinar las alturas de los demás vértices.

1 - Las caras de vértice común E, forman una pirámide de base un pentágono regular ABILH lo mismo que les sucede a las de vértice F, que forman él BCGJI.

Ambos pentágonos están abatidos sobre el plano base.

Siguiendo un razonamiento parecido al del dodecaedro, los puntos I_0 e I'_0 al son los abatimientos del vértice I, cuya proyección es I_1, siendo él $II_1 = h_2$ cota de los vértices G, H e I, que se determina abatiendo el triángulo rectángulo BI_1I.

2 - El vértice E dista de la tapa lo mismo que el I de la base, de lo que podemos deducir que su proyección E_1 sobre el plano base dista de O_1 (centro de la cara ABC) la misma distancia que la proyección I_1.

Al abatir el triángulo rectángulo NE_1E podemos determinar la cota $h_1 = EE_1$ de los vértices D, E y F.

3 - Por igual razón que con el dodecaedro, la distancia entre la base y la tapa vale $h_3 = h_1 + h_2$.

4 - Si seccionamos al icosaedro por un plano que contenga a dos aristas opuestas, por ejemplo, la FJ y HA, obtenemos un hexágono irregular $M_1FJM'_1HA$, de centro O, el mismo que el del icosaedro, cuyo dibujo se muestra en la figura inferior, realizado a partir de las medidas obtenidas, teniendo los radios de las esferas, circunscrita, inscrita y tangentes a las aristas, respectivamente:

- $r_1 = OA$
- $r_2 = OO_1$
- $r_3 = OM_1$

La sección principal del icosaedro, también está inscrita en un cuadrado.

NOTAS:

- Las proyecciones de los vértices que no son ni base ni tapa, del dodecaedro forman un decágono regular.
- Las proyecciones de los vértices que no son ni base ni tapa, del icosaedro forman un hexágono regular.

ARG CENTRO

BT II 2.20