



# El Aprendizaje basado en Proyectos en la Educación Matemática del siglo XXI

## Cuaderno de bitácora

Carlos Morales Socorro

email: [cmorsoc@gmail.com](mailto:cmorsoc@gmail.com) [cmorsoc@gobiernodecanarias.org](mailto:cmorsoc@gobiernodecanarias.org)

IES Valsequillo; Centro del Profesorado Gran Canaria Sur,

Canarias – España

### RESUMEN

Los problemas o dificultades de la Educación Matemática van mucho más allá de los factores que puede controlar el profesorado. Pero es indudable que nuestra influencia, tanto a nivel personal como profesional es muy significativa. En este artículo podrán conocer la evolución de un compañero más de profesión obsesionado con hacer sentir a su alumnado la admiración e ilusión que él siente por esta disciplina.

*Matemáticas, Aprendizaje, Innovación, Proyectos, Problemas, Metodología*

## Fase I: La crisis

“Sólo sé que no sé nada” - Sócrates

“Las masas humanas más peligrosas son aquellas en cuyas venas ha sido inyectado el veneno del miedo.... del miedo al cambio” - Octavio Paz

Mi primer año fue duro, muy duro, sobre todo a nivel de satisfacción personal. Admiración, “adicción”, eso es lo que sentía y siento por las Matemáticas y por la Educación. Y eso es lo que, desde un primer momento, quise hacer sentir y vivir a mi alumnado, en todos los niveles e independientemente de sus cualidades e historial académico. Pero lo cierto es que me los ganaba por mi forma de ser, por cómo me relacionaba con ellos, desde el más aventajado hasta el más dolido y temeroso de esta ciencia. Conseguía motivación por la persona, no por la materia. No demostraba día a día que la Matemática fuera la Reina de las Ciencias o el alfabeto con el que Dios había escrito el Universo... Hoy resulta bochornoso pensar, después de 11 años de docencia, que más bien exigía a mi alumnado un acto de fe al respecto. Después de todo, si aquel ameno profesor insistía en que saber resolver ecuaciones y manipular expresiones con exponente fraccionario era importante para la vida real, sin duda, era porque debía serlo, aunque no lo demostrara. Fe en el aula de Matemáticas, curioso título para un artículo de didáctica específica. De hecho, la impresión que aquellos alumnos y alumnas (Laura, Samuel, Raúl, Jaime, Raquel, ...) debían tener, era que la Matemática no era más que una retahíla de ejercicios carentes de contexto a cuál más inútil. Pero lo peor no era eso, lo peor era que aquello parecía ser lo normal, lo aceptado, lo deseable y, sobre todo, lo formal. En algunos centros parecía asumirse aquella imagen parcial y triste de la Matemática como mera operatoria, carente de contexto y aplicación, sin alma, ... como lo que no es y nunca ha sido. Día a día fundamentaba mis clases en secuencias de ejercicios vacíos como:

Resuelve la siguiente ecuación:  $3\left(\frac{x+1}{2}\right) - 4x = \frac{8-50x}{3} - 2(x+2)$ , o en increíbles castillos

de fracciones... con la confianza, aún hoy mantenida en algunas aulas por extraños e inexplicables motivos, de que fomentaban milagrosas propiedades que vuelven a las personas aptas para resolver problemas y dotadas de altos niveles de desempeño matemático y capacidad de abstracción... Sin duda, toda una creencia digna de estudio desde el punto de vista antropológico. Afortunadamente ni me dedicaba a la publicidad ni se efectuaban controles de calidad sobre la práctica diaria en el aula. Por otro lado, no era raro descubrir que alumnado “Memmat” (que había aprendido a memorizar las Matemáticas) se paralizaba ante actividades textuales simples planteadas en cualquier libro de texto o, peor aún, de su vida diaria; y sin embargo “resolvía” perfectamente, o más bien ejecutaba, ejercicios como los anteriores, incluso obtenía la calificación de notable o sobresaliente en ese tipo de exámenes. Tampoco era raro escuchar frases del estilo: *“Profe, a mi me gustan las Matemáticas, siempre se me han dado bien, pero odio los problemas (con enunciado de texto). ¿Y si trabajamos como siempre hemos hecho?”*.

Como he comentado, ese año fue muy duro, duro porque descubrí que la docencia de la Matemática estaba gravemente herida. Duro porque la vocación e ilusión que me había llevado a convertirme en profesor empezaba debilitarse a favor de una desagradable sensación de inutilidad. Duro porque, en alguna ocasión, en los Departamentos de Matemáticas, encontraba la respuesta *“Lo sabrás dentro de unos años, cuando vayas a la Universidad”* ante la siempre lícita e incómoda pregunta formulada por el alumnado: *“¿Para qué sirve esto, profe?”*. Eso cuando no se respondía con un displicente *“Para aprobar”*.

Pero afortunadamente tenía grandes conocimientos de Informática y las TIC acudieron al rescate. En aquél entonces, al igual que ahora, la Tecnología estaba llamada a ser la gran salvadora de la Educación: no perdía oportunidad alguna de pasearme por el centro con el cañón y el ordenador para proyectar presentaciones sobre las “rutinas” de resolución de sistemas de ecuaciones o preparando hordas de cuestionarios y animaciones que, aunque se trabajaban en paralelo respetando el ritmo de cada discente, eran simple refuerzo de contenidos. Sin duda era un profesor puntero, admirado, innovador, todo un referente en el uso

de las TIC en el centro... En resumen, un profesor agasajado por el pensamiento de que para cambiar el mal sabor de un caramelo bastaba con cambiar el envoltorio. Y es que en Educación, aunque las TIC tienen bastante que aportar, el verdadero margen de mejora está más allá de las mismas, con o sin 2.0.

## Fase 2: Contexto y ejemplo

"Saber no es suficiente, debemos aplicar. Desear no es suficiente, debemos hacer". - Johann W. Von Goethe.

Todo el que es madre o padre sabe que se enseña más con lo que se hace que con lo que se dice. Esa misma idea la plasmó el famoso compositor Gustav Mahler en su conocida frase: "No hay más que una educación, y es el ejemplo" o Albert Einstein: "Dar ejemplo no es la principal manera de influir sobre los demás; es la única manera". Si pretendía que mi alumnado tuviera una actitud abierta al aprendizaje, al esfuerzo, a la mejora diaria como persona, al gusto por descubrir nuevas formas de hacer una tarea o resolver un problema... Tenía que empezar por mí mismo y servir de ejemplo.

Siempre me ha gustado aprender, de todo y de todos. Es una necesidad vital. Así que lo primero que hice fue acudir a los compañeros y compañeras, de todos los departamentos, en busca de ayuda. Fue muy curioso, porque lo que allí encontré fue justamente lo que describe Juan Vaello Orts en [2]:

*"Estatuas: son profesores conservadores y generalmente poco receptivos, aferrados a un modo estático e invariable de hacer las cosas basado en la costumbre, que les aporta seguridad y comodidad, lo que suele llevar aparejado un rechazo a cualquier posibilidad de cambio y una tendencia a la evitación de riesgos, a no ser que vean claras ventajas en las propuestas innovadoras que se le hacen".*

*"Plantas: dispuestos a incorporar cambios que les permitan evolucionar, siempre abiertos a aprender y mejorar, a la caza de nuevas ideas."*

Lógicamente me uní a las plantas. Y eso hice: crecer con ellos. En aquellos momentos, los cimientos del cambio estaban claros: contexto y ejemplo. Intuí que no era suficiente, pero sí necesario. Sin contexto no hay aprendizaje significativo, sólo memorización injustificada de rutinas aparentemente vacías, contenidos carentes de aplicación, sin relación alguna con el mundo real, y por lo tanto absolutamente marcianos en Educación Básica. Así pues, el objetivo pasó de ser "dar el temario" a facilitar la comprensión y aplicación reflexiva de aquellos contenidos, consiguiendo atacar, una vez garantizados el interés y motivación del alumnado, aspectos absolutamente teóricos. Mercadotecnia básica, un aspecto clave en Educación Secundaria Obligatoria, tal y como comentarían McPhan y otros en [26].

Todo un avance en aquellos momentos en los que en muchas aulas se tenía "miedo" a poner simples enunciados de texto porque el alumnado no entendía lo que leía; o en las que se debía emplear semanas enteras enseñando que  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}\sqrt{101}} = \sqrt[24]{101}$ , a sabiendas de que no sabían calcular una distancia en un mapa, obtener el precio final de un producto sobre el que se aplicaba cierto porcentaje de descuento o interpretar una gráfica que mostraba la evolución de la cantidad de turistas que elegían Canarias como destino para pasar el verano.

Mal que, aún hoy, sigue siendo señalado por diferentes autores a nivel mundial [25] [34]; Y es que, si bien es "deseable" que el alumnado sepa manipular expresiones radicales, resulta absolutamente "imprescindible" que aprenda a aplicar porcentajes o interpretar gráficos.

---

1 Como curiosidad decir que, al parecer, suelen ser docentes que de animarse a usar las TIC, desprecian los foros e idolatran los cuestionarios.

Y empecé a comprar libros de Matemáticas aplicadas a la vida cotidiana, Historia de las Matemáticas, Física, Astronomía, Economía, Sistemas de navegación aérea, Automoción, Electricidad, Meteorología, ... O auténticas delicias *geek* como [8] y [9], y que posteriormente servirían de inspiración para distintos proyectos, como CannonBasket [10]:



Para cada uno de los “temas a dar” realizaba un recorrido exhaustivo por toda la bibliografía disponible y construía unidades didácticas que causaban auténtico furor. Orgulloso del “método”, empecé a ver un aumento importante del interés en el alumnado, de los resultados, de mi satisfacción personal... El objetivo, demostrar diariamente que la matemática estaba en todas partes, que realmente era la Reina de las Ciencias. La revolución acababa de empezar.

De aquella época, además, me quedo con el inicio de un proceso autodidacta voraz, cuyo apetito no ha descendido con el tiempo, y con un curso de formación del profesorado que me aportó muchísimo a nivel personal y profesional, el cual versaba sobre Atención a la Diversidad y Aprendizaje basado en Problemas<sup>2</sup>. A partir del mismo empecé a profundizar en algo que era criticado por todas partes: las técnicas de aprendizaje cooperativo/colaborativo (TAC). Y que, con el paso de los años, se ha convertido en un auténtico pilar indispensable en mi trabajo diario de aula, con y sin TIC.

### **Fase 3: De las TIC como soporte y refuerzo de contenidos a las TIC como soporte de dinámicas**

“No dejes que el árbol te impida ver el bosque” - Desconocido.

La forma de trabajar en el aula había cambiado muchísimo. Pero, a diferencia de los cambios descritos en el magnífico artículo de Lockhart<sup>3</sup>[1], había migrado de clases centradas en rutinas matemáticas a unidades didácticas aplicadas y ricas en contexto guiadas por TAC [3] [31]. Y fue precisamente eso lo que hice para lograr integrar las TIC en el aula de matemáticas: contexto y TAC.

Hoy en día sobra decir que quien aprende cuando se elabora y muestra una presentación multimedia es el autor o autora, y no la audiencia. Lamentablemente, y a pesar de las tempranas enseñanzas de Dewey (“*Se aprende haciendo*”), en aquél entonces parecía no ser evidente. De igual forma, mucho me temo que hoy en día no esté tan claro que una clase magistral en una PDI no sea más que eso: una clase magistral; eso sí, con el añadido de la diversidad multimedia; Tampoco parece evidente el hecho de que lo que realmente haya que proporcionar al alumnado no sean contenidos de calidad encapsulados en objetos digitales educativos (ODE), sino dinámicas de calidad que permitan, al alumnado, crear, compartir, colaborar... pero siempre con contexto, con alma, de lo contrario estaremos cometiendo ese peligroso error: cambiar el envoltorio, no el caramelo. Es más, si seguimos hablando de contenidos de calidad, corremos el riesgo de fomentar y permitir la cristalización de prácticas

2 ABP, en inglés PBL, de Problem based Learning. Aunque en ocasiones se usa PBL para hablar de Project based Learning, un método muy similar y que citaremos como PjBL.

3 Como simple nota, he de decir que comparto plenamente la crítica y diagnóstico realizados por el autor pero, sinceramente, creo que lo que plantea como solución es precisamente parte de la raíz del problema: la ausencia de contexto y aplicación de los contenidos.

educativas poco adecuadas, más que propiciar el aclamado y necesario cambio metodológico<sup>4</sup> (en ocasiones confundido con un simple cambio de formato).

Por otro lado, no hay que olvidar que la rentabilidad educativa de las TIC como refuerzo de contenidos siempre será inferior a las TIC como herramientas de exploración, creación y comunicación (hojas de cálculo, software matemático, foros, wikis, ...). Basta con reflexionar sobre los procesos cognitivos potencialmente involucrados.

Desgraciadamente, hoy en día dos potentes virus amenazan el sistema inmunológico de la Innovación Educativa:

- Asimetría Pedagógica [4]: dicese de la dolencia del profesorado que domina 101 y más herramientas TIC, pero que desconoce las TAC, el Aprendizaje basado en Problemas (PBL) o Proyectos (PjBL) o los aspectos socio-emocionales básicos de la gestión de un aula.
- Visión túnel centrada en TIC: pérdida o disminución de la visión periférica que mantiene la visión central, eliminando así cualquier objeto que no se sitúe en el centro de nuestro campo de visión.

Dada la extensión potencial del debate sobre la integración de las TIC en el aula de matemáticas, por otra parte ya tratado en numerosos artículos especializados, nos limitaremos ahora a dar algunos principios fundamentales que, a lo largo de estos 11 años, y a pesar de los cambios continuos en la tecnología, siguen siendo aplicables:

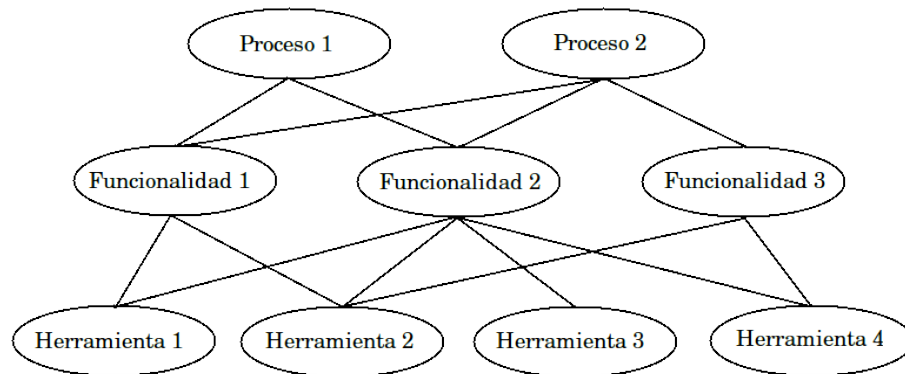
- Se aprende haciendo: sin duda es el criterio más sencillo que conozco para saber si el uso de una TIC determinada está siendo rentable o no. ¿Quién hace? Si la respuesta es todos y cada uno de los discentes, vamos bien (necesario, aunque no suficiente). Si, por el contrario, es el docente o un alumno o alumna concreto... En este punto es importante resaltar algunos resultados del informe TALIS 2009 [6]: *“La mayoría de los profesores participantes en TALIS tienden a considerar hoy que su trabajo consiste sobre todo en facilitar y apoyar los aprendizajes de sus alumnos, de modo que estos encuentren las soluciones por sí mismos (punto de vista constructivista). Esta visión es dominante en los países del norte y oeste de Europa, Escandinavia, Australia y Corea y menos dominante en el sur de Europa, aunque también en Portugal y España son mayoría, por escasa diferencia, los profesores que se inclinan por esta metodología frente a la de tipo más tradicional”*. O por el Informe Aulas 2.0 Microsoft DIM-UAB [7]: *“Los modelos didácticos más utilizados, y con más valoraciones excelentes por parte del profesorado, son los que están centrados en la actividad y control del profesor con la pizarra digital: exposiciones magistrales (95%), realización de ejercicios entre todos y comentarios entre todos a partir de la visualización de vídeos o diarios digitales (80%), corrección pública de ejercicios (70%)...”*
- Formación equilibrada: al principio me centré en aplicar e integrar TIC de todo tipo. Y es que sufría de las dolencias señaladas anteriormente. Prefería invertir mi tiempo en explorar las nuevas posibilidades de tal o cual herramienta, en vez de leer atentamente los resultados de un informe de trabajo por proyectos (PjBL) en Australia o Alemania o de aprendizaje basado en problemas (PBL) en Singapur. Ahora, la imagen que tengo de mí mismo durante aquella época es la de un culturista de enormes pectorales, dorsales, deltoides ... y de raquífticas piernas. ¡Qué importantes son las piernas! Sin ellas, nunca podremos ser fuertes y, por mucho que hagamos press de banca, dominadas y curl de bíceps, seremos globalmente débiles. Nuestras piernas son las TAC, PBL, PjBL, formación socioemocional, ... Aún hoy me pregunto cómo una persona puede convertirse en docente sin tener, ante todo, unas piernas fuertes que sostengan cualquier desarrollo posterior. Además, el panorama actual de formación del profesorado es un poco preocupante: demasiado peso en las TIC y muy poco en metodología-convivencia. Grave error sin duda derivado de la creencia generalizada de que el cambio metodológico vendrá dado exclusivamente por las mejoras derivadas de

---

4 Necesario tanto por las demandas de formación del siglo XXI como por la propia supervivencia de la profesión docente.

la integración de las TIC en el aula; cuando en realidad, mucho me temo que no baste con recurrir al Conectivismo de George Siemens [5] para revolucionar la Educación Matemática. Una vez más, el caramelo y su envoltorio.

- Calidad y cantidad en el uso de las TIC: las TIC no son siempre la mejor respuesta. Aún recuerdo cuando hacía todo con TIC: ¡qué equivocado estaba! Todo parecía indicar que cuanto más las usabas, mejor profesor eras... Incluso hoy sigo escuchando y leyendo expresiones similares. Mi obsesión fue tal que hasta llegué a llevar a un grupo al aula de informática para trabajar con tangrams di-gi-ta-les. En fin, lo bueno es que aprendemos de nuestros errores.
- Procesos, no herramientas: qué importante es comprender esto, cuánto tiempo nos permite ganar y cuánto estrés podemos evitar. Las TIC avanzan y avanzarán muy rápido; prácticamente a diario escuchamos y escucharemos algo sobre un nuevo programa o versión... pero, ¿evolucionan los procesos que implementamos en el aula a la misma velocidad que las herramientas? Dicho de otra forma: ¿qué más da usar Moodle, Chamilo, ATutor o Dokeos para generar un curso virtual con nuestro alumnado? ¿Qué más da usar Descartes o Geogebra para explorar cierto concepto matemático? ¿Qué más da usar la hoja de cálculo, SAGE, Wolfram Alpha o R para realizar cálculos estadísticos?... Lo que importa no es la herramienta usada, sino el proceso que estamos llevando a cabo y, sobre todo, cómo lo gestionamos: ¿cómo logramos que todo nuestro alumnado participe en el foro/blog/wiki/...? ¿Cómo gestionamos el trabajo en equipo y la construcción del producto final de la unidad/tarea/proyecto en el blog/wiki/Google doc/Glogster/...? El día que me percaté de esto dejé de perder el tiempo evaluando la versión 1.9.2.3 del software  $S_1$  o probando la nueva herramienta  $H_1$ , según parece mejor que  $H_2$ , para centrarme en lo importante: los procesos; logrando de esta forma aumentar la productividad tanto dentro como fuera del aula así como la rentabilidad educativa de las TIC. Sin embargo, la mayor parte de los debates que observo en mi día a día se acercan más a las luchas entre bandas rivales: los twitteros, los bloggers, los moodlers, los chamis, los socialnets, ... En ocasiones, sólo ha faltado escuchar de fondo la canción *Rumble*, de *Link Wray*. ¿Y si hablamos de procesos y no de herramientas?



Como anécdota, citar que no hace mucho encontré a un compañero absolutamente insatisfecho con la interacción observada entre el alumnado de un grupo para el cuál había montado una red social... Cuando empezó a explicarme “las dinámicas o procesos” que estaba poniendo en marcha no pude evitar compararlo con los logros obtenidos por una compañera que, 10 años antes, había conseguido romper las barreras espacio-temporales del aula y crear unas dinámicas increíbles de interacción con una simple lista de correo electrónico. Y es que la clave no está en las herramientas... ¿Se acuerdan de las piernas?

Un amigo programador, al que le explicaba la situación, me decía: “*Carlos, te entiendo, es como afirmar que un programa en Ruby es mejor que un programa en C++, cuando el aspecto realmente crítico es la calidad del algoritmo*”.

## **Fase 4: De las Unidades ricas en contexto al Aprendizaje basado en Proyectos y Problemas**

“Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.”  
“No podemos resolver problemas pensando de la misma manera que cuando los creamos.”  
“¡Triste época la nuestra! Es más fácil desintegrar un átomo que un prejuicio.”  
“No tengo talentos especiales, pero sí soy profundamente curioso.”  
“Lo importante es no dejar de hacerse preguntas.”  
- Albert Einstein

No sé si les ha pasado, pero cuando aprendes a tocar un instrumento, pongamos una guitarra eléctrica, los logros que obtenemos no siguen precisamente un ritmo constante. Hay semanas enteras en las que practicas incansable la escala pentatónica sin lograr aumentar lo más mínimo la velocidad de ejecución. Lo intentas, pero no puedes; es como si ya hubieras alcanzado tu límite... Sin embargo, un día empiezas a practicar un truco que has leído en una revista o en Internet y, al poco tiempo, eres capaz de hacerlo a una velocidad increíble: Yeah!

Lo mismo ocurre cuando te enfrentas a un problema matemático o de cualquier otra índole... ¡Esa idea feliz que aparece aparentemente de la nada! ¡O ese maravilloso cambio de punto de vista que te lleva a la solución de forma inesperada!

O lo que ocurrió con el desarrollo tecnológico mundial cuando de repente apareció el transistor... En definitiva: hay cambios y cambios.

Lo cierto es que cuando leí el revelador libro “101 Proyectos Matemáticos” [11] fue como si me rociaran con agua a punto de volverse sólida. En él se introducía, quizás con no demasiado acierto, el Aprendizaje basado en Proyectos (PjBL) y Problemas (PBL) y se exponían 101 ideas semilla de proyectos de trabajo del alumnado. Probablemente, si aquel libro llega a caer en mis manos durante el primer año de docencia, intoxicado de prejuicios y de auténticos dogmas de fe, lo hubiera considerado como una simple curiosidad, como una colección de simpáticas ideas para hacer trabajitos con el alumnado, pero no fue así. Llegó en el momento adecuado: supe, desde un primer instante, que las posibilidades eran inmensas; que aunque algunos de los ejemplos planteados eran “poco curriculares” la idea de fondo era revolucionaria, maravillosa. Pero aquel mundo que se abría ante mí me abrumó y llegué a dudar en múltiples ocasiones de mis propias posibilidades: ¿Cómo empezar? ¿Debo cubrir todo el temario con proyectos y problemas? ¿Encontraré suficientes ideas semilla para desarrollarlo? ¿Será el alumnado capaz de enfrentarse a algo así? Y sobre todo: ¿seré capaz de guiarles con éxito? Trabajar por temas era sencillo: lo había vivido como alumno y lo estaba viviendo como profesor, tal y como describe C.Y. Kwan, profesor de la Universidad de McMaster, en [22]. En aquellos momentos consideraba que el contexto había resuelto un porcentaje importante de las deficiencias de mi trabajo diario en el aula, incluso podía hacer incursiones absolutamente abstractas ya que ahora el alumnado sí que tenía motivos y sensibilidad ante todas las caras de la Matemática; las TAC me habían hecho crecer como gestor de dinámicas; las TIC, integradas, casi transparentes, pero... trabajar por proyectos: ¡esas eran palabras mayores! Las respuestas, desgraciadamente, no las encontré en ningún libro<sup>5</sup>. La mayor parte de la bibliografía disponible abordaba este enfoque metodológico desde un punto de vista estrictamente teórico y no había forma de encontrar proyectos completos desarrollados. Peor aún, el trabajo por proyectos parecía obedecer más bien a una metodología propia de Infantil y Primaria (o de la Universidad). Pensar esto ha sido, con diferencia, el mayor error táctico que he cometido como docente. Y es que, como bien me comentaba no hace mucho Rafaél Porlán,

---

<sup>5</sup> Y es que el “must” [16], editado por el Buck Institute for Education, no llegaría hasta 2009, año en el que la mayoría de las dificultades ya habían sido superadas.

catedrático de Didáctica de las Ciencias de la Universidad de Sevilla y compañero de la Red IRES<sup>6</sup>: *“Hay quien al señalarle las estrellas, se queda mirando el dedo”*.

Ahora, al igual que a Neo en Matrix<sup>7</sup>, se me hace evidente que la “tecnología de temas” fue creada para transmitir el “saber” empaquetado en tomos, fruto de una concepción bastante jerarquizada de la enseñanza y del conocimiento; idea mostrada con diferentes sabores por Ken Robinson en [12], Roger Schank en [13] o Pierre Lévy en [14]. Una visión de la Educación centrada en los contenidos, no en los aprendizajes. Pero, ¿y si resulta que hay otras alternativas más potentes, motivadoras y eficaces? ¿Y si son precisamente esas alternativas lo que necesita la Educación para hacer frente a las demandas del siglo XXI? ¿Y si además son la clave para la dignificación de la labor docente, el enriquecimiento de nuestra carrera profesional y el derribo definitivo de los muros que separan a la Escuela de la vida real? Las cosas han cambiado, ya no basta con memorizar ciertos contenidos, regurgitarlos en un papel el día del examen y olvidarlos una semana después; ahora hay que saber identificarlos, aplicarlos, integrarlos, adaptarlos y, por encima de todo hay que preparar al alumnado para que pueda sobrevivir en una sociedad vertiginosamente cambiante, cuyas demandas, como ya podrán intuir, van más allá de las TIC. Lo que aquí encontrarán no es más que una propuesta que el propio alumnado denominó, hace ya varios años, “Matemáticas 2.0”<sup>8</sup>.



Matemáticas 2.0 = Integración de las TIC + Aprendizaje Basado en Proyectos y Problemas + Integración de Disciplinas + Trabajo Colaborativo + Socialización de los Aprendizajes + Integración Académica con el Entorno + Ilusión

Y es que ahora soy consciente de que, durante todos estos años, no he hecho más que aplicar a pequeña escala los pasos básicos propuestos por J. P. Kotter en [15] para gestionar cambios en organizaciones, y que descubrí posteriormente en unos cursos de Gestión de la Innovación en la ULPGC:

- Establecer una lista de prioridades de mejora
- Formar un grupo de trabajo potente
- Crear una visión de futuro de la organización (imagen clara de los objetivos)
- Comunicar dicha visión a todos los implicados
- Implicar a todos en esta nueva visión
- Asegurar la consecución periódica de pequeños éxitos.
- Consolidar las mejoras y diseñar cambios aún mayores hacia los objetivos marcados
- Institucionalizar las mejoras alcanzadas

Observen atentamente cada uno de los puntos, en breve averiguarán por qué fueron tan importantes.

---

6 <http://www.redires.net/>

7 <http://es.wikipedia.org/wiki/Matrix>

8 <http://www.youtube.com/watch?v=AL9nr8Y4IIM>



Albert Einstein dijo una vez: “No entiendes realmente algo hasta que eres capaz de explicárselo a tu abuela”:

Escuela con metodología basada en temas:

*“El aprendiz de cocinero se encuentra con una programación formada por una secuencia de temas: masas, salsas, cortes, ... donde, en cada uno de ellos explora pequeñas y variadas aplicaciones de esos contenidos concretos, de tal forma que al acabar el curso haya aplicado dichos contenidos bajo un recorrido lineal, usándolos de forma aislada o débilmente combinados desde el principio hasta el final del curso, pero sin llegar nunca a preparar un plato real complejo.”*

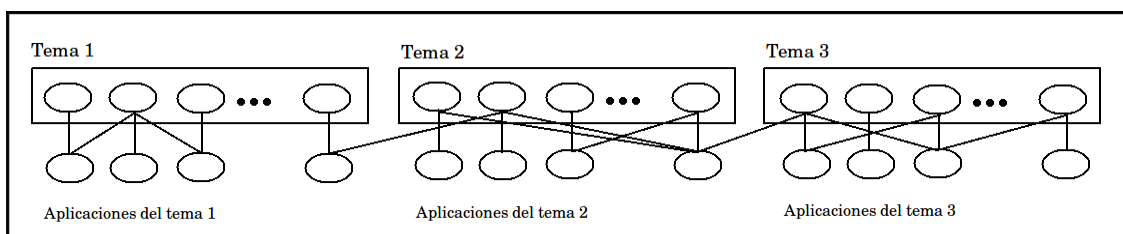
Escuela con metodología basada en proyectos y problemas:

*“El aprendiz de cocinero se encuentra con una programación formada por una secuencia de platos: huevo frito con papas fritas, calamares en salsa, paella, ... donde en cada uno de ellos aplica diferentes contenidos (nuevos y ya aplicados con anterioridad), de tal forma que al acabar el curso haya aplicado los diferentes contenidos bajo un recorrido en espiral, usándolos de forma combinada en platos reales de diferente complejidad desde el principio hasta el final del curso. Además, el alumnado de la escuela explorará los contenidos específicos que, por un motivo u otro, no se hayan integrado en los platos reales definidos en la programación.”*

Si fueras ese aprendiz, ¿qué escuela elegirías? ¿Cuál se acerca más al modelo basado en competencias? ¿En cuál de ellas crees que aprenderás realmente a cocinar?

Antes de seguir, sería recomendable releer las frases de Albert Einstein que hemos rescatado al comienzo de este apartado... y reflexionar. ¡Y es que estaba a punto de descubrir el transistor!

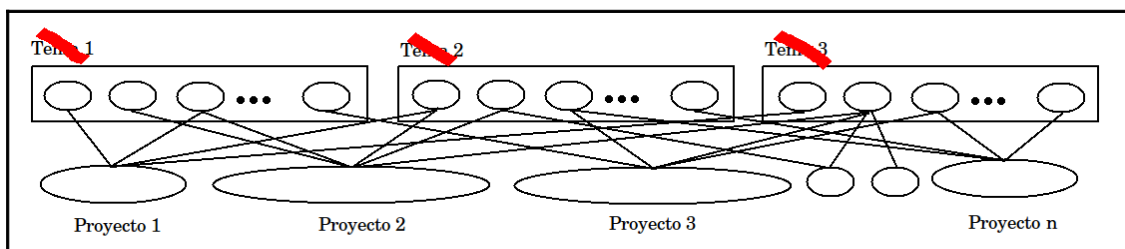
Analicemos la situación. La dinámica tradicional de la cual partía, tal y como fue descrita en la fase 2, puede ser representada por el siguiente gráfico:



En ella, la programación del curso consta de un conjunto de temas o unidades didácticas ricas en contexto. En cada unidad se seleccionan pequeñas aplicaciones más o menos variadas para cada uno de los contenidos, de tal forma que no sólo se aprende la rutina o concepto aislado (o en combinación débil con otros contenidos) sino cómo llevarlo a la práctica en diferentes situaciones. Este modelo, aunque cuenta con claras ventajas, destacando la propia inercia del sistema y la disponibilidad bibliográfica, padece de serias limitaciones estructurales:

- El alumnado no llega a experimentar la potencia de la aplicación real y combinada de los contenidos. Desde el punto de vista de las CCBB, la exploración de las distintas dimensiones de la Competencia Básica Matemática queda totalmente condicionada por la naturaleza lineal de la programación.
- No se trabaja con problemas auténticos, ya que si bien se desconoce la solución concreta, sí que se conoce a priori la rutina a aplicar para llegar a la misma, por lo que el alumnado no debe normalmente identificar la herramienta matemática a usar: simplemente sabe que debe aplicar los contenidos del tema. ¿Una hoja cargada de “problemas de ecuaciones” es realmente una hoja de problemas?

La propuesta propia del Aprendizaje basado en Problemas y Proyectos es radicalmente diferente:



En ella, la programación del curso consta de un conjunto de proyectos y problemas reales que deben realizarse o resolverse mediante la aplicación reflexiva, planificada y combinada de contenidos originalmente pertenecientes a diferentes temas. Reflexiva, porque el alumnado debe ser consciente en todo momento de lo que está aprendiendo y aplicando, del “tomo” al que pertenece, de lo que le queda por aprender y de lo que ya ha aprendido y aplicado. Planificada, porque el alumnado, con la ayuda del docente, deberá elaborar un plan para conseguir los objetivos del proyecto o problema, identificando las fases a realizar y las herramientas a aplicar en cada una de ellas, si las conociera; y aprendiéndolas bajo demanda en caso contrario, incorporándolas así al “maletín personal” de herramientas matemáticas del discente. Y combinada, ya que como veremos en el siguiente apartado, al tratarse de problemas reales, incorporarán contenidos de múltiples fuentes en cada uno de los retos, superando con creces las interrelaciones observadas bajo el enfoque anterior, propio del tradicional mundo escolar, no del real.

Como podrán imaginar la sensación de vértigo fue enorme. Comparado con esto, el trabajo de exploración sistemática de múltiples fuentes bibliográficas para construir las unidades didácticas ricas en contexto, típicas de la fase 2, era un juego de niños. Pero, sin duda, pasar por esa fase fue lo que me preparó para apreciar la belleza y potencia del método. La cuestión era cómo migrar, cómo transformar una secuencia de unidades en una secuencia de proyectos. La respuesta, como ya hemos mencionado, la dio Kotter: poco a poco, institucionalizando las mejoras y diseñando cambios aún mayores. También Julio César tuvo algo que ver: “*Divide y vencerás*”.

Simplificando la situación, de lo anterior se desprende que el alumnado ante un problema o proyecto determinado, por sencillo que este sea, deberá ser capaz de:

- [P] Planificar cómo resolverlo o realizarlo.
- [I] Identificar la herramienta matemática a aplicar en un momento determinado.
- [A] Aprender la herramienta matemática necesaria que debe aplicar en ese momento, en caso de que la desconozca; y que será introducida directa o indirectamente por el profesorado hasta el grado de profundización que se considere más adecuado, teniendo en cuenta la programación del curso.
- [U] Usar o aplicar reflexivamente la herramienta matemática correspondiente.

PIAU, cuatro inocentes letras que encerraban un cambio drástico en mi práctica docente. ¿Y si nos concentramos primero en la segunda y cuarta letra: IU? El primer experimento consistió en introducir una práctica de fin de curso con el alumnado: Tunguska [17], una aventura guiada para 3º ESO ó 4º ESO-Matemáticas A, en la que Paula, Licenciada en Ciencias Físicas, debía enfrentarse a un sinfín de situaciones en su viaje a Tunguska (Siberia) para analizar el escenario del impacto del meteorito homónimo ocurrido en 1908. Una vez allí, nuestra protagonista descubría que un nuevo meteorito se acercaba a la Tierra: Tunguska 2. Y decidía, junto a sus colegas matemáticos Palátnik Korpev y Nina Kovalevskaia, escribir una carta al Near Earth Objects Program, una división del JPL de la NASA, explicando detalladamente cómo destruirlo mediante el lanzamiento de sendos misiles nucleares. Durante esta aventura, el alumnado organizado en equipos de 3 y armados con software libre matemático (OpenOffice Calc y wxMaxima), Google Maps, foros y wikis de equipo y foros de gran grupo, se adentraba

en una aventura en la que debían aplicar toda una batería de contenidos: áreas, perímetros, escalas, fórmulas, cambios de unidades de todo tipo, porcentajes, proporciones, gráficos estadísticos, ecuaciones de primer grado, funciones afines y lineales, coordenadas geográficas, interpretación de gráficas, criptografía básica con funciones de dos variables, ...

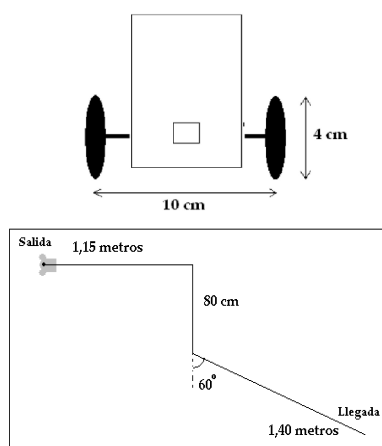
Con esta experiencia pudimos comprobar que el alumnado:

- Pasaba de sentir desorientación durante las primeras sesiones, a sorpresa y admiración por la nueva visión global del alcance de las Matemáticas.
- Adquiría confianza en sus propias posibilidades como expertos y expertas en Matemáticas. En palabras de Héctor, uno de los alumnos: *“ahora me veo como un carpintero que, ante un mueble a construir, va sacando y empleando las herramientas que necesita”*.

Aquella frase me marcó como docente y me animó a continuar, siempre apoyado en un diálogo fluido con el alumnado<sup>9</sup>... El objetivo, convertirla en: *“ahora me veo como un carpintero que, ante un mueble a construir, planifica los pasos a dar y va sacando y empleando las herramientas que necesita en cada uno de ellos; y si no las sabe usar, las aprende para luego usarlas”*. Pero para eso debía explorar el currículo en espiral, basándome en retos de complejidad potencialmente creciente, en vez de en un *tour* demostrativo de las posibilidades de cada una de las herramientas.

Desde este primer momento, y aunque simplemente habíamos realizado un sencillo trabajo de aplicación de fin de curso, surgió la necesidad de emplear una Ficha de Seguimiento Curricular de la Unidad (FSCU) donde registrar todo lo aprendido y aplicado (Aritmética, Álgebra, Análisis, Geometría, Estadística, Probabilidad, Software Matemático y Estrategias) y que sirviera como constante instrumento de reflexión para el alumnado. Así como el Diario de aprendizaje del equipo (DAE), documento que podía ser revisado constantemente por el docente para supervisar la marcha de la investigación<sup>10</sup>.

A Tunguska le siguió RoboTIX, un trabajo de fin de trimestre de tipo PIU. Un pequeño proyecto consistente en la programación de un robot, de 64 clicks de precisión, que debía superar una serie de escenarios reales (incluidas carreras en laberintos y recorridos por el centro) y que debía terminar con el diseño de un escenario propio de cada equipo. Para ello se les proporcionó la siguiente información y, acto seguido, se les introdujo en un revelador proceso de ingeniería inversa que les ayudó a descubrir el alma matemática del robot en primer lugar y, por último, a imaginar y construir sus propios escenarios de uso:



Comando	Comentario
Set Power(I+D, on)	Arranca motores izquierdo y derecho.
Move(I, 586, D, 586)	Avanza 586 clicks con las dos ruedas, por lo que recorre una distancia de 115 cm en línea recta.
Move(I, 40, D, -40)	Avanza 40 clicks con la rueda izquierda y retrocede 40 clicks con la rueda derecha, por lo que gira 90° hacia la derecha sobre sí mismo.
Move(I, 407, D, 407)	Avanza 407 clicks con las dos ruedas, por lo que recorre una distancia de 80 cm en línea recta.
Move(I, -27, D, 27)	Retrocede 27 clicks con la rueda izquierda y avanza 27 clicks con la rueda derecha, por lo que gira 60° hacia la izquierda sobre sí mismo.
Move(I, 713, D, 713)	Avanza 713 clicks con las dos ruedas, por lo que recorre una distancia de 140 cm en línea recta.
Set Power(I+D, off)	Apaga motores.

9 Recordar los puntos 4 y 5 de Kotter.

10 En aquel entonces se decidió implementar ambos documentos como wikis de Moodle.

Las posibilidades, inmensas. ¿Cómo podemos introducir el Teorema de Pitágoras en el plano y en el espacio en esta tarea? ¿Cómo podemos programar al robot para que gire sobre una de sus ruedas?

Y a RoboTIX le siguieron proyectos a lo largo y ancho de ESO, desde 1º hasta 4º, desde alumnado con serias dificultades de aprendizaje y problemas graves de convivencia (PROMEKO), donde resultó ser la pieza clave en la mejora de la motivación y de los aprendizajes adquiridos; hasta alumnado de Matemáticas-B en 4ºESO: MCEA, CannonBasket, Pintemos el aula, Treasure Island, ... o Clepsidra<sup>11</sup> [17], un proyecto que inicialmente se llevó al aula como una unidad guiada tipo IAU, en la que el alumnado debía modelar matemáticamente el fenómeno de vaciado de un bote lleno de agua y, de paso, construir una clepsidra sencilla. Pero donde el proceso, al igual que en una Webquest [21], se daba detallado al alumnado. Y es que no me atreví, en un primer momento, a implementarlo negociando el proceso en el aula<sup>12</sup>, haciendo que fuera el propio alumnado quien planificara las fases e identificara las herramientas, que es como se hizo en ocasiones posteriores y como realmente se logra extraer el máximo potencial de la propuesta. Se recomienda revisar el vídeo<sup>13</sup> realizado por Sonia Jerez González, profesora de Matemáticas del IES Joaquín Artilles, para el Proyecto Abriendo la Escuela (<http://www.abriendolaescuela.org>), de la Dirección General de Ordenación, Innovación y Promoción Educativa de la Consejería de Educación, Universidades, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias sobre el mismo:



Llegados a este punto, ya se había superado el miedo, superstición o prejuicio sobre si se “darían” todos los contenidos siguiendo esta metodología. Por poner un ejemplo, sólo en este proyecto se exploraban los siguientes elementos: manipulación de fórmulas matemáticas, volumen y área de cilindros y prismas, introducción al método científico, recogida de datos en tablas, medias, desviaciones típicas, errores absolutos y relativos, sistemas de ecuaciones 2x2 y 3x3, ecuaciones de segundo grado, funciones cuadráticas y racionales, estimación mediante modelos, tasa de variación media, introducción al cálculo de límites, porcentajes, software de cálculo simbólico, hojas de cálculo, resolución de problemas, ...

Sin olvidar que, por otro lado, esta afirmación es terriblemente incorrecta por definición (nuestra misión no es “dar contenidos” sino “generar aprendizajes”, que no es exactamente lo mismo<sup>14</sup>). Los contenidos no sólo se “daban” sino que se integraban y combinaban en problemas y proyectos reales como nunca hasta ese momento, generando aprendizajes que iban más allá de las Matemáticas, desarrollando autonomía, iniciativa, espíritu crítico, creatividad, capacidad

11 Elegido por la Sociedad Madrileña “Emma Castelnuovo” de Profesores de Matemáticas como la Mejor Experiencia Matemática de Aula de 2007

12 En ocasiones se critica del PBL y PjBL el hecho de que el alumnado no suele estar preparado para dirigir y planificar investigaciones, de ahí la mayor acogida de las WebQuest, que sí detallan el proceso. Pero después de haber vivido el cambio en todas sus fases y con alumnado de todas las condiciones, puedo decir que la clave está en la preparación y experiencia del profesorado y no en el perfil del alumnado.

13 <http://www.evagdcnarias.org/vidioteca2/?p=508>

14 Especialmente si tenemos en cuenta que las TIC (videotutoriales) pueden ser un mecanismo eficaz y económico de transmisión...

de trabajo en equipo, visión global de la Matemática y de las Ciencias, ... y mil aspectos más que posteriormente inundarían las conversaciones en los centros en forma de Competencias Básicas y *21<sup>st</sup> Century Skills*; además, aquellos contenidos específicos como Teorema del resto, Radicales, ... se seguirían “dando” de forma tradicional (apoyado en TAC y TIC); algo que seguiré haciendo hasta que encuentre un proyecto, problema o tarea que lo integre, manteniendo así una programación híbrida.

A continuación pueden observar la ficha de definición del Proyecto Clepsidra. En esta ocasión, en colaboración con un agente externo y generando, como producto final del proyecto, un vídeo explicativo de la aventura<sup>15</sup> [27]:

Ficha de Proyecto		Prototipado
<b>Nombre:</b>	Proyecto Clepsidra: "Agua, matemáticas y tiempo"	<b>Tareas base</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Familiarización con el botc.</li> <li>• Observación del fenómeno, toma de datos y formulación de hipótesis.</li> <li>• Representación gráfica manual y en hoja de cálculo.</li> <li>• Búsqueda de modelos matemáticos posibles (hipótesis). Exploración mediante modelos cuadráticos y racionales.</li> <li>• Determinación de modelos mediante sistemas de ecuaciones 2x2 y 3x3.</li> <li>• Selección del mejor modelo mediante la aplicación de parámetros estadísticos a los errores absolutos y relativos entre datos reales y datos técnicos de los modelos.</li> <li>• Uso del modelo para determinar escala de clepsidra.</li> <li>• Construcción de clepsidra.</li> <li>• Presentación de resultados en clase y al experto.</li> </ul>
<b>Área principal:</b>	Matemáticas	
<b>¿Interdisciplinar?</b>	Física y Química	
<b>Áreas implicadas:</b>	Hacer que el alumnado viva el método científico. Para ello, analizaremos el fenómeno de vaciado de un bote lleno de agua al que se le ha practicado un orificio de 2mm de diámetro en la parte inferior. Además, usaremos los conocimientos atesorados en dicho análisis para construir un reloj de agua, mostrando así la relación ciencia-ingeniería. En todo momento se reproducirá el entorno real de trabajo de un estudio de ingeniería o laboratorio en cuanto al uso de las TIC y elaboración de informes técnicos.	
<b>Pregunta guía:</b>	¿Cuál es el secreto del vaciado del agua? ¿Qué relación tiene con las presas? ¿Cómo puedo construir una clepsidra?	<b>Tareas de especialización o ampliación</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación entre diámetro del agujero y parámetros del modelo.</li> <li>• Relación entre número de agujeros y parámetros del modelo.</li> <li>• Estudio de caso con distintos líquidos.</li> <li>• Aplicación del vaciado al estudio del tiro horizontal.</li> </ul>
<b>Día 0. Cómo lanzar el proyecto</b>	Entrevista con Miguel Moral (experto) sobre el uso cotidiano de las matemáticas en un entorno de ingeniería. Lanzamiento del reloj: ver pregunta guía.	
<b>Participación y colaboración externa:</b>	Miguel Moral, arquitecto técnico.	
<b>Tipo de desarrollo:</b>	<input type="checkbox"/> Proyecto guiado <input type="checkbox"/> Proyecto guiado con ampliación o especialización negociada <input checked="" type="checkbox"/> Proyecto abierto	
<b>Temporalización:</b>	2 meses, 32 clases.	<b>Observaciones</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué hago con los botes? Lo ideal sería buscar distintos tipos de recipientes. ¿Y si construimos un prisma rectangular de metacrilato?</li> <li>• ¿Metemos tareas de densidad para reforzar la resolución de problemas?</li> <li>• ¿Lo hacemos el Día Escolar de las Matemáticas como demostración en el centro?</li> <li>• ¿Será necesario reservar 3 horas como actividad complementaria para trabajar con el experto?</li> </ul>
<b>Previamente explorados:</b>	<b>Fundamentos teóricos implicados</b> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>A explorar:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Funciones cuadráticas</li> <li>- Funciones racionales</li> <li>- Sistemas 2x2 y 3x3</li> <li>- Fórmulas</li> <li>- Desviación típica</li> <li>- Hoja de cálculo y software de cálculo simbólico</li> </ul> </li> </ul>	
<b>Individual:</b>	<b>Entregables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Grupal:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vídeo de presentación del proyecto</li> <li>- Informe técnico del proyecto</li> <li>- Diario de aprendizaje</li> <li>- Encuesta del proyecto</li> </ul> </li> </ul>	
<b>Durante el proyecto:</b>	<b>Evaluación</b> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Al finalizar el proyecto:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Hoja de CCBB (pruebas escritas individuales y grupales, observación, ...)</li> <li>- Vídeo según rúbrica</li> <li>- Informe según rúbrica</li> </ul> </li> </ul>	

15 Pueden ver un ejemplo en <http://www.youtube.com/watch?v=JIWCtEcQIQM>

Alguien dijo una vez: “*Lo mejor está siempre por llegar*”. Yo también lo creo. Las posibilidades del Aprendizaje por Proyectos y Problemas son inmensas: sólo es cuestión de empezar. Estamos en un momento importantísimo, un momento en el que resulta crítico adaptar la Escuela a las nuevas demandas de la Sociedad<sup>16</sup> y en el que podemos imprimir cambios significativos en nuestro rol profesional, más allá de las TIC, que no sólo abrirán todo un mundo de posibilidades de crecimiento personal y profesional sino un cambio radical en la percepción y valoración social de nuestra labor.

Además, cada vez somos más los que lo creemos: Erkki Pehkonen, Catedrático de Matemáticas en la Universidad de Helsinki, quien señala a PBL como uno de los caminos a seguir en la mejora de la Educación Matemática en Finlandia en [18]; La Republic Polytechnic<sup>17</sup>, una de las Universidades más importantes de Singapur, que ha adoptado institucionalmente estas metodologías y que organiza anualmente los Congresos Internacionales de PBL; la Comisión Europea, quien señala a PBL y PjBL (y en general, las metodologías basadas en investigación) como claves en la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias en Europa<sup>18</sup>, en el famoso Informe Rocard [19] o el ISTE, el mayor congreso a nivel mundial sobre TIC, que cita a PBL y PjBL como las metodologías vertebradoras de integración de las TIC en el aula, según Eduteka, en [20], entre muchas otras investigaciones y artículos: [22], [23], [24], [32], ... Y tú, ¿te lo vas a perder?

### Fase 5: El Proyecto Galileo

“Let there be light, and there was light  
Let there be sound, and there was sound  
Let there be drums, there was drums  
Let there be guitar, there was guitar, ah  
Let there be rock!”

- Angus Young, Malcolm Young and Bon Scott. AC/DC

Una vez empiezas, todo es más fácil. Al principio cuesta imaginar proyectos, luego resulta complicado no imaginarlos. Y por supuesto, una vez lo pruebas, ya no hay vuelta atrás: ¡Es fantástico! Pero veamos ahora a *cámara rápida* cómo nace un proyecto, desde la idea semilla hasta su puesta en práctica en el aula. Lo primero a aclarar es que, básicamente, hay dos formas de crear un problema (suele quedarse en el “qué”) o proyecto (suele avanzar hasta el “cómo”):

- Fijar los objetivos y contenidos y seleccionar la idea semilla más atractiva de entre las disponibles.
- Fijar la idea semilla, identificar los objetivos y contenidos a desarrollar y decidir cuándo y cómo realizarlo teniendo en cuenta la programación<sup>19</sup> probablemente híbrida del curso.

---

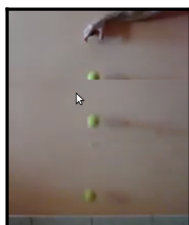
16 Especialmente interesante resulta el discurso de Barack Obama, en 2009 [32]: “*I’m calling on our nation’s governors and state education chiefs to develop standards and assessments that don’t simply measure whether students can fill in a bubble on a test, but whether they possess 21st century skills like problem-solving and critical thinking and entrepreneurship and creativity.*”. O por el propio G8, en el 2006: “*Education is at the heart of human progress. Economic and social prosperity in the 21st century depend on the ability of nations to educate all members of their societies to be prepared to thrive in a rapidly changing world. An innovative society prepares its people to embrace change...*”.

17 <http://www.rp.sg/>

18 Destacando los buenos resultados tanto con alumnado “brillante” como con alumnado con dificultades de aprendizaje y convivencia. Aspectos que además he podido comprobar en la práctica durante todos estos años.

19 Combinación de unidades tradicionales, unidades basadas en un problema y unidades basadas en un proyecto. Todas ellas apoyadas en TAC y TIC.

En este caso particular lo haremos siguiendo el segundo método. ¿Han visto alguna vez un episodio de la serie de documentales “Cazadores de Mitos”<sup>20</sup>? En ellos, un equipo dirigido por dos expertos en efectos especiales cazan leyendas urbanas de todo tipo... Pues bien, la idea base es sencilla: ¡hagamos lo mismo en el aula! Explotaremos una joya interdisciplinar: ¿Influye la masa en la velocidad de caída de los cuerpos? ¿Qué cae más rápido, una pelota de petanca o una naranja? La respuesta la conocemos todos: en el vacío caen bajo la misma aceleración. Si no hay vacío, hay que tener en cuenta la forma del objeto y el correspondiente rozamiento con el aire... Pues bien, manos a la obra: ¿tengo una cámara en casa? ¡Sí! Veamos hasta dónde podemos llegar a partir del vídeo de la caída libre de una pelota de tenis.



Estudiamos la viabilidad técnica y la rentabilidad educativa<sup>21</sup>; para ello deberemos responder como mínimo a estas preguntas antes de decidir llevarlo a la práctica: ¿Qué recursos necesitaremos para llevar a cabo el proyecto? ¿Qué objetivos y contenidos estaríamos cubriendo? ¿Qué competencias básicas podríamos desarrollar? ¿En qué momento del curso convendría realizarlo<sup>22</sup>? ¿Qué tipo de productos finales o entregables debería generar el alumnado? ¿Qué hitos estableceremos en el desarrollo del proyecto? ¿En qué basaremos el proceso<sup>23</sup>? ¿Cómo evaluaremos<sup>24</sup>? ¿Con qué agentes externos podríamos contactar?

Para poder responder a estas preguntas deberemos realizar previamente un prototipo del recorrido del alumnado, adelantándonos a las posibles fases y tareas, identificando amenazas y oportunidades. Pero saltemos este paso y vayamos directamente al aula, después de todo, lo que allí está a punto de ocurrir es en gran parte lo que ya hemos explorado en el prototipo o planificación previa del proyecto:

Hoy es el día 0 del Proyecto Galileo. Acabo de salir del aula de 2ºESO-PROMEKO, donde estamos terminando el Proyecto AC<sup>3</sup>, de análisis comparativo de la cesta de la compra entre los distintas tiendas y supermercados de la zona; y donde muy pronto empezaremos el Proyecto Cimenta, de realización del presupuesto para construir los cimientos de una Biblioteca Pública real, y en el que contaremos con el apoyo de D. Aurelio Valido, Jefe encargado de la Obra. Ya estoy en el aula de 4º ESO. El alumnado sabe que va a empezar una nueva aventura. Llevo días creando ambiente diciéndoles que van a romper un mito, que van a vivir lo que vive el Equipo Técnico de un programa de TV muy conocido. Y eso hacemos: observamos atentamente unos 10 minutos de un programa de “Cazadores de Mitos”<sup>25</sup>. En casa lo verán entero.

Acto seguido, levanto el brazo derecho y enseño una pelota de tenis. La dejo caer. Les miro.

20 <http://es.wikipedia.org/wiki/MythBusters>

21 Tal y como cita [33], Dewey, a diferencia de Kilpatrick, defendió esta idea como clave en el éxito del Aprendizaje basado en Proyectos.

22 Es importante que en cada unidad haya cierto equilibrio entre lo que el alumnado sabe y lo que el alumnado debe aprender, de lo contrario generaremos proyectos/problemas demasiado densos [17]. En este caso, lo haremos al principio del curso y servirá para introducir las funciones cuadráticas y estadística. No habrá desarrollo terminal en ningún caso, ya que volveremos a profundizar y aplicar, esta vez intensivamente, ambos contenidos.

23 En una grabación en vídeo de la caída de un objeto y en una encuesta.

24 Con pruebas escritas, observación sistemática del trabajo en clase y en el aula virtual/blog/wiki, FSCU, DAE, rúbrica para los productos finales (<http://rubistar.4teachers.org/>), Listas de comprobación o avance (<http://pblchecklist.4teachers.org/index.shtml>), ...

25 <http://www.tudiscovery.com/web/cazadores-de-mitos/video/>

Vuelvo a repetirlo. Ahora hago lo mismo con la mano izquierda, esta vez armado con una pelota de petanca. Les miro. Sus mentes ya han empezado a atar cabos. Por fin, llega el reto: “¿Qué haría el equipo de Cazadores de Mitos?”. Primero que piensen individualmente. Luego habrá tiempo de formar los equipos<sup>26</sup> y hacer que generen una lista inicial de ideas. Posteriormente haremos una puesta en común e iremos conformando, entre todos, el esqueleto de nuestra aventura, ya sea en papel y volcando a pizarra, o en una wiki, documento de Google Docs, muro de Wallwisher, ... Ya sabemos que esa no es la clave. El alma de la actividad de aula no está en las TIC, sino en el reto<sup>27</sup>. Hemos ido directamente al caramelo. Ése será nuestro protagonista, no el envoltorio.

Bien, ¿qué hemos pensado? Nos encontramos con una lista de preguntas que, tal y como ya habíamos previsto en el prototipo, irá tomando forma: hagamos un programa de TV (formato vídeo [27] o presentación con sonido o una grabación casera de un Pecha Kucha<sup>28</sup>), en la que rompamos el mito de la caída de los cuerpos. Analicemos qué se esconde detrás de ese movimiento, qué ley matemática lo describe. ¿Qué creen las personas que nos rodean? Averigüemos si esas ideas han penetrado por igual en nuestras mentes o si, por el contrario, hay elementos que nos diferencian: ¿Influye el nivel de estudios? ¿La edad? ¿El hecho de hacer deporte? ¿Quiénes aciertan más: los chicos o las chicas? Preguntemos en el centro, en casa, en la calle, a través de las redes sociales, ... Y, por último, estudiemos qué ha ocurrido a lo largo de la Historia.

Durante el camino, los diferentes equipos lanzarán propuestas que no habíamos previsto y que deberemos estudiar; ya sea para incorporarlas al cuerpo del proyecto, aceptarlas como ampliación o especialización del trabajo de investigación del equipo que la propone o para descartarla por complejidad excesiva (quizás válida para otro proyecto posterior), ...

Estas fueron algunas de esas brillantes ideas:

- ¿Existe una relación matemática entre la altura desde la que se deja caer el objeto y la magnitud del ruido que hace al chocar contra el suelo?<sup>29</sup>
- ¿Qué ocurre con los rebotes de una pelota que se deja caer desde cierta altura inicial? ¿Seremos capaces de predecir el número de los mismos y las correspondientes alturas máximas alcanzadas en cada uno de ellos?<sup>30</sup>
- ¿Qué ocurre si la caída se produce en un fluido?<sup>31</sup>

Finalmente dimos forma al proyecto y definimos las fases y entregables:

Fases:

1. Estadística: “Si dejamos caer, desde 1,30 metros de altura, una pelota de tenis, una de petanca y una naranja, ¿cuál de ellas llegará al suelo en segundo lugar?”
2. Modelado matemático: “Grabemos en vídeo la caída de los objetos y analicemos matemáticamente qué es lo que ocurre”. ¿Seremos capaces de averiguar el secreto? Las TIC serán fundamentales. Es el momento de hablar con los compañeros y compañeras del Departamento de Física: ¡una oportunidad fantástica para trabajar y

---

26 Con los correspondientes contratos de trabajo colaborativo.

27 Al igual que una Webquest no queda definida por la estructura, sino por su alma [28].

28 <http://www.pecha-kucha.org/>

29 Sin duda, Audacity (<http://audacity.sourceforge.net>) puede ser importante a la hora de explorar esta idea. Acabábamos de encontrar otra idea semilla a prototipar...

30 Uno de los equipos la adoptó como suya y realizó una incursión de ampliación. Al igual que en el caso anterior, esta idea trasladada a la filmación de los rebotes de una pelota que se desplaza por el carril de una rampa inclinada y que rebota al llegar a la base es otro gran proyecto. ¿Cómo influye la altura inicial? ¿Y la inclinación de la rampa?

31 Finalmente descartada. Se pensó inicialmente en hacerlo como especialización de uno de los equipos. Para ello analizarían la caída de una canica dentro del bote del Proyecto Clepsidra lleno de agua con cierta cantidad X de sal disuelta. Otra gran idea a desarrollar en un proyecto posterior: ¿cómo influye X?



aprender juntos!

3. Análisis histórico: ¿Qué personajes han marcado la respuesta a esta pregunta a lo largo de la historia? Otra oportunidad de oro para involucrar al Departamento de Historia o de Filosofía.

Entregables:

1. Informe técnico del proyecto.
2. Vídeo o presentación del proyecto.

Pero antes de seguir, pasemos a describir la carpeta de trabajo del alumnado [17]:

1. Currículo oficial de la materia y otros documentos de interés (consejos de estudio, criterios de evaluación,...).
2. Fundamentos teóricos, donde se organizan los procedimientos y conceptos de la materia por bloques de contenido: Aritmética, Álgebra, Análisis, Geometría, Estadística, Probabilidad, Estrategias y Software Matemático. Dicho material se explorará durante el curso, conforme vaya siendo necesario, aunque algunos contenidos serán elaborados y explicados en el aula por el propio alumnado. Para cada apartado es común encontrar las correspondientes definiciones teóricas y un conjunto mínimo y claro de ejemplos (aplicados). Hay que resaltar, por tanto, que como norma general dicha sección será consultada a lo largo del curso en la medida en que sea necesaria para resolver las tareas y actividades de los Proyectos.
3. Secuencia de unidades, donde se almacenarán cada uno de los proyectos y problemas con sus correspondientes actividades, tareas y FSCU.

Y empezamos la Fase I:

El grupo no tiene grandes conocimientos de Estadística. Aparece, por tanto, la necesidad de profundizar en el conocimiento de esta rama de la Matemática (para poder incorporarla posteriormente a nuestro maletín matemático personal). Y pasamos a explorar la parte correspondiente de fundamentos teóricos. ¡Empieza la aventura! El currículo oficial y la FSCU nos guiarán durante todo el proceso para reflexionar sobre todo lo que estamos aprendiendo y/o aplicando en este programa de TV en el que nos encontramos inmersos. Descubrimos la población, la muestra, los tipos de variables, las tablas de frecuencias, los gráficos estadísticos, las encuestas, ... Pero sin olvidar que no estamos “dando” el tema de Estadística, y es que durante el curso nos encontraremos con varios problemas y proyectos que requerirán de estos y de otros contenidos de esta parte de Fundamentos Teóricos (recorrido en espiral del currículo). ¡Esto no ha hecho más que empezar! ¡Es sólo un plato más de todos los que vamos a cocinar! Muy pronto aparece la necesidad de explorar los métodos de muestreo, ya que hemos decidido analizar a lo largo y ancho del centro qué ocurre con esta creencia. Optamos por el estratificado. Posteriormente, y tal y como estaba previsto, surge la idea de extender la investigación al exterior del centro, al pueblo. ¡Los hallazgos fueron sorprendentes!



Durante la investigación sale a relucir que el nivel de estudios, contra todo pronóstico, no influye a la hora de responder correctamente a la pregunta: el mito causa estragos. Sin embargo, el hecho de hacer deporte sí que influye positivamente: ¿nada como la práctica?<sup>32</sup>. Las chicas, por otro lado, tienen más dificultades que los chicos para identificar la respuesta correcta. La explicación dada por el grupo-aula es unánime: los juguetes, la educación, ... ¡Y lo peor de todo es que los medios de comunicación siguen vendiendo esas imágenes tan marcadas de lo que debe hacer y con lo que debe jugar una niña!

Las TIC están presentes en todo momento tanto dentro como fuera del aula<sup>33</sup>: creación colaborativa (Wikis, Google Docs, ...), comunicación asíncrona (foros, mensajes, ...), comunicación síncrona (Skype, chat, ...); Sin duda, claves para romper las barreras espacio-temporales del aula y facilitar la colaboración entre los miembros de cada equipo y entre el gran grupo. Por otro lado, en la parte de fundamentos teóricos no sólo nos encontramos con documentación en papel sobre los objetos bajo estudio, sino con una selección de recursos de Internet, incluyendo videotutoriales<sup>34</sup> específicos, materiales de Geogebra, Descartes, ... Y, por supuesto, el software matemático para realizar el análisis estadístico; en esta ocasión: OpenOffice Calc.



#### Fase II:

A estas alturas el alumnado ya sospecha que la masa de los objetos no influye en la caída de los mismos: una pelota de petanca y una naranja caen igual de rápido en un entorno cerrado. Algunos lo han encontrado en Internet, otros parecen haberlo comprobado experimentalmente... Lo que venía ahora nos tenía emocionados a todos. Nuestro programa de TV podrá incluir el resultado de la estadística, pero, ¿cómo vamos a lograr obtener la fórmula que describe la caída de los objetos? ¿Es eso posible?<sup>35</sup> Es necesario hacer otra tormenta de ideas: ¿cómo obtener el modelo? Sin duda, el momento ideal para presentar el Método Científico en todo su esplendor, así como la importancia de la Matemática como pilar del resto

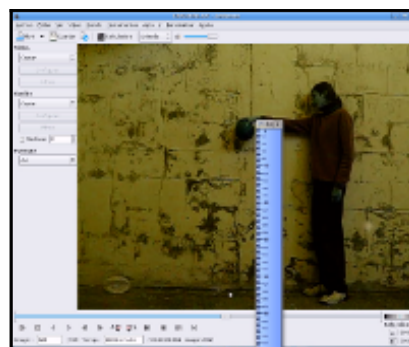
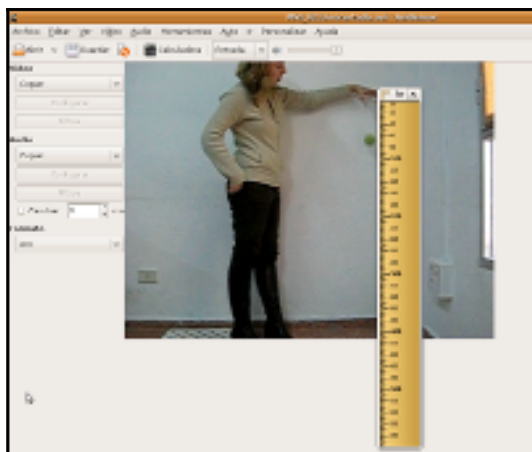
32 Tal y como afirma Roger Schank en [13]: “Hay un chiste en este país: un hombre joven le pregunta a un señor mayor en Nueva York cómo se llega a Carnegie Hall, y el viejo le responde: por la práctica”.

33 Aula GNU/Linux-LTSP montada con 15 ordenadores reciclados Pentium I, 32 MB RAM, sin disco duro ni CD-ROM y un servidor Pentium IV 2GB RAM. Las mesas, construidas a mano. Una muy buena alternativa para la informatización segura y sostenible de las aulas. Ver fotografías de esta página.

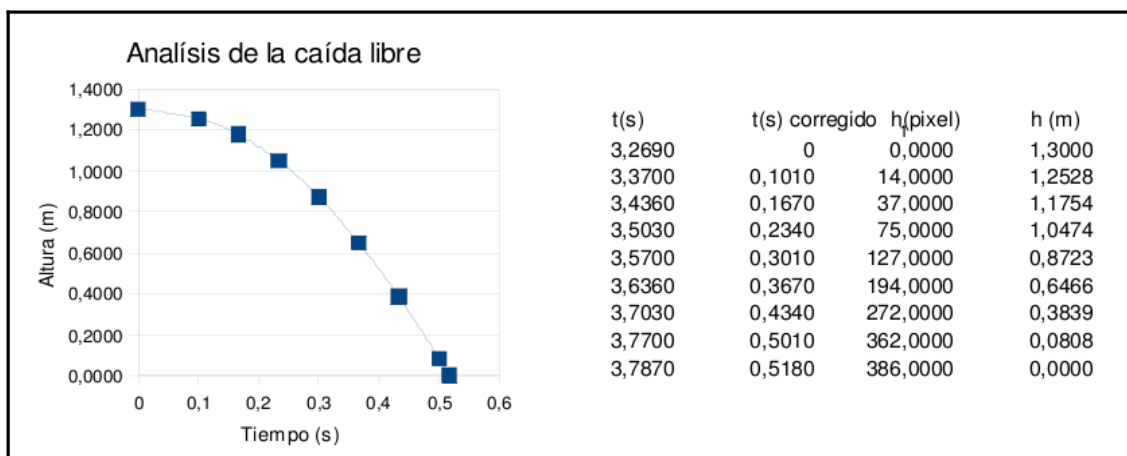
34 En este sentido hay que resaltar la conveniencia de impulsar un proyecto a nivel nacional cuyo objetivo sea generar una videoteca de apoyo educativo creada por el alumnado y supervisada por el profesorado; donde se muestre, con ejercicios, actividades y tareas, cada contenido así como sus aplicaciones (Videoteca de Fundamentos Teóricos). Algo que, en sí mismo, es altamente motivador para el alumnado y profesorado, además de contribuir al desarrollo de múltiples competencias básicas y ser la clave para el desarrollo de mini-lecciones por parte del alumnado. ¿Se imaginan a todo el profesorado y alumnado de Matemáticas colaborando en la creación de algo así? Pueden ver algunos ejemplos aquí (del Proyecto Abriendo la Escuela, [www.abriendolaescuela.org](http://www.abriendolaescuela.org)): <http://www.youtube.com/watch?v=FnpT0SaEQyA>, <http://www.youtube.com/watch?v=ScR8v98fnSw>, <http://www.youtube.com/watch?v=q0bT1mmTVGY>

35 Por eso es tan importante hacer un buen prototipo.

de las Ciencias. Ya no es cuestión de fe, hace tiempo que no lo es. Algunos hablan de sensores, dicen haberlos visto en televisión, otros hablan de grabarlo en vídeo... Al final elegimos la única opción económicamente viable en esos momentos: grabarlo<sup>36</sup>. Debatimos las condiciones óptimas para hacerlo, elegimos distintos objetos y lo hacemos. El software libre Avidemux<sup>37</sup> es todo un regalo ya que nos permite ver a cámara lenta, fotograma a fotograma, la caída del objeto. El alumnado descubre rápidamente que podemos medir, con una regla de escritorio (Kruher, Pixel Ruler, ...), la posición del centro de la pelota o naranja con una precisión de píxel. ¡Ya lo tenemos! En muy poco tiempo ya han construido una tabla que relaciona tiempo,  $t(s)$ , con distancia recorrida,  $h_1(\text{píxel})$ :



De ahí, sabiendo cuál es el instante en el que se suelta la pelota (3,269 segundos en nuestro ejemplo) y que 1,30 metros de altura equivale a 386 píxeles, podemos construir la tabla clave para nuestros propósitos<sup>38</sup>, que relaciona tiempo corregido,  $t(s)$ , con altura real,  $h(m)$ .



36 Al pasar del mundo real al bidimensional de la cámara cometeremos cierto error, pero gracias al prototipo sé que no es excesivo. Basta con dejar caer la pelota cerca de la pared para obtener un error bastante pequeño. Además, dicho error nos abre la posibilidad de usar Trigonometría para deshacerlo. No obstante, esta vez decido no insertarlo en el proyecto (demasiado denso para empezar). ¡Es increíble la cantidad de Matemáticas que hay detrás de un programa de TV!

37 <http://fixounet.free.fr/avidemux/>

38 Observar al alumnado realizar este proceso es como observar a unos científicos a punto de realizar un gran descubrimiento. No tiene precio. En este caso usamos la técnica del 1x3, es decir, cada equipo de 3 discentes sólo puede solicitar la ayuda del profesorado, por medio del portavoz del equipo, en 1 sola ocasión durante la actividad de construcción de la tabla, lo cual garantiza auténticos debates antes de levantar la mano... Por ejemplo: ¿Por qué se va difuminando la imagen de la pelota conforme avanza hacia al suelo? ¡Ciencia viva!

¿Y esa curva? ¿Cómo debemos interpretarla? En nuestro caso el alumnado no conoce aún las funciones cuadráticas, así que hacemos que las descubran de entre un conjunto de posibles curvas tipo. Y las exploramos recorriendo la correspondiente sección de fundamentos teóricos apoyándonos en un conjunto selecto de recursos (y reflexionando sobre la FSCU). ¿Seremos capaces de identificar a, b y c en  $y=ax^2+bx+c$ ;  $h(t)=at^2+bt+c$ ? Dejemos que investiguen en equipo; hace tiempo que sabemos que el alumnado debe hacer Matemáticas, aunque se equivoque<sup>39</sup>. Esos momentos son clave para que el aprendizaje sea realmente significativo y, por supuesto, para llevarnos auténticas sorpresas con las estrategias empleadas por el alumnado. Pronto descubren que probablemente  $b=0$ <sup>40</sup> y, por supuesto,  $c=1,30$ . ¿Cuál será el valor de a? Y se inicia un debate interno, tanto en el aula como fuera de ella, a través de las TIC; que posteriormente será trasladado al gran grupo. ¿Cuál será la mejor forma de obtener su valor? Saben que tendrán que plantear una ecuación, pero... ¿Con qué pareja de valores de la tabla? ¿Y si lo hacemos con todas y obtenemos la media? ¿Y si lo hacemos con todas y trazamos las gráficas de los distintos modelos obtenidos (en papel milimetrado y en la hoja de cálculo) junto a la obtenida a partir de la observación y comparamos “a ojo” dichas curvas? Rápidamente surge la necesidad de cuantificar el error cometido al elegir un valor concreto de a. ¿Pero cómo podemos hacerlo? ¿Qué herramienta matemática sirve para cuantificar el error? Y aparecen en escena el error absoluto y relativo. ¡Visión global! ¡Nos estamos convirtiendo en Matemáticos carpinteros! ¡Esto es divertidísimo, profe! ¡Parece CSI<sup>41</sup>! ¡La Matemática es la base para resolver multitud de situaciones! ¡Todo está relacionado! *Let there be Rock!* Calculamos el error cometido en cada punto, pero... ¿Cómo podemos resumir ese error cometido en cada uno de los puntos? ¡La media, profe! ¡La media! ¿Pero basta con la media? Si observamos las gráficas, nos encontramos con que la media no está reflejando todas las diferencias observadas... Falta algo, profe. ¿Existe algo para poder cuantificar esas variaciones? Por supuesto, queridos discípulos... ¡La desviación típica! Veamos qué es... y no olvidemos reflexionar sobre cómo estamos resolviendo nuestro reto a partir de piezas de la Matemática que, normalmente, aparecen de forma aislada. ¿Se dan cuenta de cómo estamos cocinando el plato? ¿Qué fundamentos teóricos estamos estudiando y aplicando? ¿A qué tomo pertenece cada uno de ellos? ¿Cómo los hemos enlazado en nuestro plan? ¿Existirán otras situaciones que podamos resolver de esta forma? Todo ocupa su lugar.

Profe, hemos hablado con la profesora de Física y ha alucinado con lo que estamos haciendo. Nos ha comentado que pronto nos dará un punto de vista físico del problema, que incluso ampliaremos nuestro estudio para estudiar la Energía Cinética y la Potencial con este caso real... Y nos ha dicho que la aceleración de la gravedad es  $-9,8 \text{ m/s}^2$ . Es decir, desde el punto de vista teórico-físico,  $h(t)=1,30-\frac{1}{2}9,8t^2=1,30-4,9t^2$ . ¡Guau! Según nuestros cálculos matemáticos,  $h(t)=1,30-4,863662426t^2$ . ¡Profe, esto es una pasada! ¡El error es pequeñísimo!

Rápidamente aparecen en escena otras preguntas: ¿Qué ocurrirá en La Luna? ¿Y en Marte? Basta con acceder a Internet para averiguar los valores de a (“g”) en cada uno de esos cuerpos celestes. Y eso hacemos. ¿Cómo se interpretan esas gráficas? ¿Con qué velocidad impactarán los objetos en el suelo? Busquemos en el currículo oficial: ¿hay alguna herramienta matemática para medir los cambios de h(t)? Y aparece la tasa de variación media. ¡A por ella! ¿Qué comenta la profesora de Física? ¿Se aproximan nuestros resultados al modelo teórico-físico:  $v=v_0+at$ ? *Math rules!* Y lo más importante: reflexionar constantemente con la FSCU.

39 Tal y como ocurre en la vida real.

40 Más tarde algunos equipos ampliarán el problema a valores no necesariamente nulos de b y usarán sistemas de ecuaciones para obtener los valores de a y b.

41 <http://www.cbs.com/primetime/csi/>

Y llegamos a la Fase III:

El alumnado ya está construyendo el informe técnico y empieza a idear el guión literario del vídeo a realizar. Otros han optado por una presentación con audio y un Pecha Kucha. En esta corta fase exploramos lo que los grandes de la historia han pensado al respecto: Aristóteles, Galileo y Newton son paradas obligatorias [29] [30]. Resulta bonito pensar, tal y como comenta S. Gil y E. Rodríguez en [30], que *con este experimento, estamos recreando el drama de la transición de la infancia aristotélica de la física a su adustez newtoniana, caracterizada por esta nueva forma matemática de expresar las leyes físicas, iniciada precisamente con Galileo.*

Ahora miro hacia atrás y sonrío al recordar mis propios pensamientos: "La Matemática está presente en la vida cotidiana, en el mundo que nos rodea. ¿Pero está presente esa realidad en mis clases de Matemáticas?". Tal y como sospechaba, los cambios que necesitaba iban más allá de la incorporación de las TIC, del contexto y del ejemplo. No basta con llevar la realidad a las aplicaciones a estudiar; hay que llevarla al propio método de aprendizaje. Tenemos que enseñar a aprender tal y como lo harán posteriormente: resolviendo problemas auténticos y realizando proyectos<sup>42</sup>. ¡Qué mejor mecanismo para garantizar que las demandas de la Sociedad coincidan con la oferta de la Escuela!

### **Fase 6: Un nuevo amanecer para la Educación Matemática**

"La mejor forma de predecir el futuro es inventarlo". - Alan Kay.  
"El futuro no es lo que va a pasar, sino lo que vamos a hacer". - Jorge Luis Borges

El muro que tradicionalmente ha separado escuela y realidad, sin duda una de las constantes universales del fracaso escolar, está a punto de caer... Las consecuencias de la incorporación de estas metodologías a nuestras aulas van más allá de la calidad y cantidad de los aprendizajes del alumnado, que ya es bastante. Y es que su práctica me ha convencido de que además son la llave de una transformación profunda de nuestra profesión y de la posición social de la Escuela como institución [35].

Las oportunidades de aprendizaje y crecimiento continuo son increíbles: podemos contactar y colaborar con organizaciones, empresas, expertos y expertas de todo tipo para realizar proyectos motivadores<sup>43</sup>, tanto para nuestro alumnado como para nosotros mismos. Y es que además de multiplicar las posibilidades del olvidado desarrollo profesional docente, podemos abrir la escuela al mundo real, contribuyendo a la dignificación de nuestro trabajo, presentándola como una profesión interesante, reinventada, creativa, innovadora y adaptada a las necesidades actuales. Curiosamente, todos los informes apuntan a la dignificación de la labor docente como un requisito para la mejora de los resultados de cualquier Sistema Educativo... La cuestión es cómo lograrlo. Pero, ¿y si somos nosotros mismos los que generamos el cambio? Yo lo he vivido: ¡Funcional! ¡De verdad que funcional! Además nos acompañará la revolución digital: podemos contactar con colaboradores externos de forma presencial o por videoconferencia, redes sociales, foros de aulas virtuales, ... y más temprano que tarde con videoconferencias holográficas. Aquella revolución reclamada por Dewey, Kilpatrick y tantos otros gigantes puede hacerse realidad.

Y es que, sin duda, si nuestra sociedad necesita una cultura de la innovación, esta debe nacer en la escuela.

Por último, deseo destacar que lo que aquí se ha dicho de forma más o menos categórica no pretende ser más que un grito alentador de una persona que ama las Matemáticas y la Educación; y que disfruta con lo que hace. Ha sido un placer.

---

42 En este sentido encontramos un elemento más de apoyo al concepto de PLE [36].

43 El hecho de aplicar PBL y PjBL tiene como consecuencia natural la sistematización de estas colaboraciones; hecho bautizado como "Integración académica con el entorno" en [17].

## Bibliografía

- [1] Lockhart, P.; "El lamento de un matemático", Recuperado el 8 de marzo de 2011 en <http://aidaivars.wordpress.com/2011/01/20/lamento-de-un-matematico/>.
- [2] Vaello Orts, Juan; "El profesor emocionalmente competente". Barcelona (España): Graó, 2009. ISBN: 9788478276943
- [3] Johnson, R.T. y D.W.: "An Overview of cooperative learning". Publicado originalmente en Thousand, J.; Villa, A.; Nevin, A. (ed) Creativity and collaborative learning; Brookes Press, Baltimore. 1994. Recuperado el 26 de marzo de 2011 en [http://clearspecs.com/joomla15/downloads/ClearSpecs69V01\\_Overview%20of%20Cooperative%20Learning.pdf](http://clearspecs.com/joomla15/downloads/ClearSpecs69V01_Overview%20of%20Cooperative%20Learning.pdf)
- [4] Morales Socorro, C.: "Matemáticas en la Web 2.0: Más allá de las TIC". Presentación realizada en la XIII CEAM Thales. Córdoba (España). Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://www.slideshare.net/cmorsoc/xii-caem-thales-matematicas-tic-y-cambio-metodolgico>
- [5] Siemens, G.: "Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age", Recuperado el 9 de marzo de 2011 en <http://www.connectivism.ca/>
- [6] "Creating Effective Teaching and Learning Environments. FIRST RESULTS FROM TALIS. Teaching and Learning International Survey". Paris (France): OECD Publishing, 2009. ISBN: 9789264056053. Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://www.oecd.org/dataoecd/17/51/43023606.pdf>
- [7] Marqués, P.: "Aulas 2.0: el valor añadido de la tecnología en las aulas". Barcelona (España). Investigación Microsoft DIM-UAB, 2010. Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://www.uab.cat/servlet/Satellite?cid=1096481466568&pagename=UABDivulga%2FPage%2FTemplatePageDetailArticleInvestigar&param1=1284359419499>
- [8] Gurstelle W.: "Backyard Ballistics". Chicago (USA). Chicago Reviews Press, 2001. ISBN: 1-55652-375-0
- [9] Timothy, C.: "Sneakier uses for everyday things". Kansas City (USA), 2005. Andrews McMeel Publishing. ISBN: 978-0-7407-5496
- [10] Martínez Ron, A.: "Cómo enseñar matemáticas con un cañón de bolas". Fogonozos, 2009. Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://www.fogonozos.es/2009/04/como-ensenar-matematicas-con-un-canon.html>
- [11] Bolt, B.; Hobbs, D.: "101 Proyectos matemáticos". Barcelona (España). Editorial Labor, 1991. ISBN: 84-335-5145-0
- [12] Robinson, K.: "Changing Education paradigms". Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://sirkenrobinson.com/skr/rsa-animate-changing-education-paradigms>
- [13] Punset, E.: "Redes 351: Crisis Educativa. Entrevista a Roger Schank". Televisión Española, S.A.
- [14] Lévy, P.: "Inteligencia colectiva por una antropología del ciberespacio". Washington (USA). Organización Panamericana de la Salud, 2004. ISBN: 2707126934. Recuperado el 27 de marzo de 2011 en <http://inteligenciacolectiva.bvsalud.org>
- [15] Kotter, J.P.: "Leading change". Harvard Business School Press. Boston (USA), 1996. ISBN: 0875847471.
- [16] Larmer, J.; Ross, D.; Mergendoller, J.: "PBL Starter Kit To-the-point Advice, Tools and Tips for your first project". Buck Institute for Education. Novato (USA), 2009. ISBN: 97809740343-2-4
- [17] Morales Socorro, C.: "Matemáticas 2.0". Premios Giner de los Ríos a la Calidad Educativa, 2008. Pendiente de publicación.
- [18] Pehkonenn, E.: "How finss learn Mathematics: What is the influence of 25 years of research in Mathematics Education". Recuperado el 13 de marzo en [http://www.tlu.ee/bcmath2009/Pehkonen\\_How\\_Finns\\_Learn.ppt](http://www.tlu.ee/bcmath2009/Pehkonen_How_Finns_Learn.ppt)
- [19] European Comission; Rochard, M.: "Science Education Now: A renewed pedagogy for the future of Europe". European Commission. Directorate-General for Research. Brussels (Belgium), 2007. ISSN: 1018-5593.
- [20] Eduteka: "ISTE 2010: Nuevas tendencias en Educación y TIC". Recuperado el 13 de marzo de 2011 en <http://www.eduteka.org/ISTE2010.php>
- [21] Adell, J.: "Internet en el aula: Las Webquest". Castellón (España), 2004. Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. Núm. 17. Recuperado el 14 de marzo de 2011 en [http://www.uib.es/depart/gte/edutec-e/revelec17/adell\\_16a.htm](http://www.uib.es/depart/gte/edutec-e/revelec17/adell_16a.htm)
- [22] Kwan, C.Y.: "What is Problem-Based Learning (PBL)? It is magic, myth and mindset".

- McMaster (Canada), 2000. Centre for Development of Teaching and Learning. Vol 3. No 3.
- [23] Xu, Y.; Liu, W.: "A project-based learning approach: a case study in China". Seoul (Korea), 2010. Education Research Institute, Seoul National University.
- [24] Kaur, B.; Yeap, B.: "Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators". Singapore. World Scientific Publishing Company, 2009. ISBN: 978-9814277204
- [25] Anderson, J.: "Mathematics Curriculum Development and Role of Problem Solving". Sydney (Australia). ACSA Conference 2009. Recuperado el 16 de marzo de 2011 en <http://www.acsa.edu.au/pages/images/Judy%20Anderson%20-%20Mathematics%20Curriculum%20Development.pdf>
- [26] McPhan, G., Morony, W., Pegg, P., Cooksey, R., & Lynch, T.: "Maths? Why Not?". Department of Education, Employment and Workplace Relations. Canberra (Australia), 2008. ISBN: 192120818X.
- [27] Morales Socorro, C.: "Proyecto Abriendo la Escuela: desde el desarrollo de las CCBB a la difusión de las buenas prácticas". Curso Aprender y Enseñar de Cine. Teruel (España). Recuperado el 19 de marzo de 2011 en <http://www.slideshare.net/cmorsoc/pae-aprender-y-ver-cine-teruel>
- [28] Novelino Barato, J.: "El alma de las Webquest". Recuperado el 21 de marzo de 2011 en <http://www.quadernsdigitals.net>
- [29] Inés Aguilar, M.; Ceraolo M.; Pose, M.: "Aristóteles vs Galileo: Caída libre de un cuerpo y el movimiento a lo largo de la historia". Buenos Aires (Argentina). Recuperado el 26 de marzo de 2011 en <http://www.cienciaredcreativa.org/informes/caida%202.pdf>
- [30] Gil, S.; Rodríguez, E.: "Caída de los cuerpos". Recuperado el 26 de marzo de 2011 en <http://www.fisicarecreativa.com/guias/caida.pdf>
- [31] Berkley, E; Cross, K. P; Howell, C; "Técnicas de aprendizaje colaborativo", Madrid (España): Ediciones Morata, 2007. ISBN: 9788471125224.
- [32] "The Power of Project Learning with ThinkQuest". California (USA). Center of Technology in Learning, Oracle Education Foundation, 2009. Recuperado el 27 de marzo de 2011 en [http://www.thinkquest.org/promotion/white\\_papers/WhitePaper.pdf](http://www.thinkquest.org/promotion/white_papers/WhitePaper.pdf)
- [33] Knoll, M.: "The Project Method: Its Vocational Education Origin and International Development". Bayreuth (Alemania). Journal of Industrial Teacher Education, V34 N3. Recuperado el 28 de marzo de 2011 en <http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v34n3/Knoll.html>
- [34] Coll, C.; Martín, E.: "Vigencia del debate curricular. Aprendizajes básicos, competencias y estándares". Santiago de Chile (Chile). UNESCO, 2006. Recuperado el 28 de marzo de 2011 en [http://www.cepjerez.net/drupal/files/Vigencia%20del%20debate%20curricular.Col\\_E.Martin.pdf](http://www.cepjerez.net/drupal/files/Vigencia%20del%20debate%20curricular.Col_E.Martin.pdf)
- [35] Morales Socorro, C.: "Educación 2.0 – Pecha Kucha Night Las Palmas 2009". Recuperado el 28 de marzo de 2011 en <http://www.youtube.com/watch?v=sGIRExeE6PU>
- [36] Adell Segura, J.; Castañeda Quintero, L.: "Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje". Roig Vila, R. & Fiorucci, M. (Eds.) Claves para la investigación en innovación y calidad educativas. La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación y la Interculturalidad en las aulas. Stumenti di ricerca per l'innovazioni e la qualità in ambito educativo. La Tecnologie dell'informazione e della Comunicaciones e l'interculturalità nella scuola. Alcoy: Marfil – Roma TRE Università degli studi. Recuperado el 28 de marzo de 2011 en [http://cent.uji.es/pub/files/Adell\\_Castaneda\\_2010.pdf](http://cent.uji.es/pub/files/Adell_Castaneda_2010.pdf)