LA CONJETURA DE POINCARÉ

El pasado mes de agosto se celebró en Madrid el Congreso Internacional de Matemáticas (ICM 2006). Uno de los invitados a dar una conferencia plenaria, así como premiado por la organización con la Medalla Fields, fue el matemático el matemático ruso **Grigory Perelman** (1966-), quien rechazó la invitación y la medalla.

Parece ser que este matemático ha conseguido finalizar el trabajo y completar la demostración de manera definitiva de la que se denomina **Conjetura de Poincaré**, enunciada en 1904 y que es uno de los siete problemas seleccionados por el Clay Mathematics Institute de Cambridge. Son problemas de especial relevancia en Matemáticas y que se resisten a su resolución. El premio para cada uno de ellos es de un millón de dólares para la primera solución correcta que se presente, teniendo ésta que estar expuesta al menos durante dos años al criterio de la comunidad matemática internacional, que tendrá que ser la que dé el veredicto final.

Sabemos que una conjetura matemática es una afirmación sin demostración. En el momento en el que se demuestra pasa a ser un teorema. Para conocer lo que dice la conjetura de Poincaré haremos una breve introducción y para ello empezaremos diciendo que existe una cantidad infinita de superficies distintas en el espacio. Ejemplos sencillos son los planos, superficies de esferas, de elipsoides, paraboloides, toros,etc.

Entre otros, podemos citar los siguientes tipos de superficies para cuya definición utilizamos un lenguaje intuitivo:

-Cerradas: lo que llamamos *finitas pero sin límites*. La superficie de una esfera o de un elipsoide son ejemplos de superficies cerradas, mientras que no lo son un plano o un paraboloide.

-Compactas: se dice que son superficies *limitadas,* es decir que se encuentran en una región de espacio de diámetro finito.

-Simplemente conexas: son aquellas que no poseen *huecos* u *orificios.* Una superficie que no sería simplemente conexa sería la de un toro, que sabemos que presenta un *hueco* en su parte central.

Atendiendo a la Topología, la cual en un sentido intuitivo estudia aquellas propiedades de las superficies que no son alteradas por *deformaciones continuas*, tendremos posteriormente otra clasificación de las superficies. Las *deformaciones continuas*, tal y como son entendidas por los topólogos, permiten *estirar, contraer y retorcer*, pero no *rasgar* ni *romper.* De este modo, un plano puede ser deformado continuamente en un paraboloide de revolución y la superficie de una esfera en la de un elipsoide. Sin embargo, no es posible la deformación continua de la superficie de una esfera en la de un toro, ya que habría que *romper* para obtener el *agujero* característico de la superficie del toro.

Para un topólogo, si una una superficie puede ser deformada continuamente en otra, se dice que son *esencialmente iguales*, o bien que son superficies homeomorfas. Ya en el siglo XIX se observó que en el espacio de dimensión n = 3, toda variedad de dimensión 2, cerrada y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera, por lo que podemos afirmar que topológicamente sólo hay una variedad de dimensión 2, cerrada y simplemente conexa que es la esfera.

Fue en 1904 cuando el matemático francés Poincaré (1854-1912) conjeturó que el resultado anterior tenía un análogo en el espacio de dimensión 4. Es decir:

En el espacio de dimensión 4, toda variedad de dimensión 3, cerrada y simplemente conexa, es homeomorfa a la esfera de dimensión 3.

Con el tiempo, esta conjetura fue despertando cada vez más interés hasta llegar a convertirse en uno de los problemas abiertos más importantes de las matemáticas.

Si generalizamos la conjetura de Poincaré a la esfera de dimensión n en un espacio de dimensión n+1, tenemos que para n = 1 es evidente la demostración y para n = 2 ya expusimos que había sido demostrada en el siglo XIX. Para n = 5 fue demostrada en 1961 por Zeeman y ese mismo año el estadounidense Smale la demostró para $n \geq 7$. El caso n = 6 fue demostrado por Stalling en 1962 y ya hubo que esperar hasta 1986 para que el estadounidense Freedman (1951-) la demostrara en el caso n = 4, lo que le valió conseguir una Medalla Fields en 1986. Curiosamente, el caso n = 3 que es precisamente el que corresponde a la conjetura de Poincaré, ha sido el que más se ha resistido a su demostración.

Entre 2002 y 2003, tras ocho años de intenso trabajo, el matemático ruso Grigory Perelman publicó una serie de artículos en los que presentaba una demostración de una conjetura más general que la de Poincaré denominada Conjetura de Geometrización de Thurston, que había sido propuesta en 1970 por el estadounidense Thurston (1946-) que también fue ganador de una Medalla Fields en 1982. Si fuese válida la demostración anterior, la conjetura de Poincaré quedaría demostrada al ser una consecuencia de la misma.

Parece ser que tras unos años expuesta al criterio de la comunidad matemática mundial, existe un precavido optimismo para que muy en breve se dé un veredicto final positivo sobre la demostración de la conjetura de Poincaré realizada por Perelman, con lo que se pondría punto y final a más de un siglo de intentos fallidos.