

Ejercicio 3.8.1 *Escribir 23 en binario.*

Pasar de un sistema a otro no es complicado, pero cuando el número en sistema decimal es muy grande tardaríamos mucho. Usaremos una propiedad que dice que al dividir sucesivamente un número entre la base se obtienen las cifras del número en orden inverso.

$$\begin{array}{r}
 23 \quad \lrcorner 2 \\
 3 \quad 11 \quad \lrcorner 2 \\
 \boxed{1} \quad \boxed{1} \quad 5 \quad \lrcorner 2 \\
 \quad \quad \boxed{1} \quad 2 \quad \lrcorner 2 \\
 \quad \quad \quad \boxed{0} \quad \boxed{1}
 \end{array}$$

Leyendo los cuadrados de derecha a izquierda (\Leftarrow) obtenemos 10111 luego

$$23_{10} = 10111_2$$

Ejercicio 3.8.2 *Dados los siguientes números binarios, escribe su expresión polinómica y calcula su valor decimal.*

$$11101010 \quad 100101100 \quad 10101010$$

Ejercicio 3.8.3 *Pasa a binario los siguientes números decimales: 173, 215, 250.*

Ejercicio 3.8.4 *Escribe el año que naciste en lenguaje binario*

Sumar en binario es muy sencillo, sólo hay que saber que

$$0 + 0 = 0, 0 + 1 = 1, 1 + 0 = 1, 1 + 1 = 10$$

Para calcular $110_2 + 11_2$ ponemos un número encima del otro y operamos

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad \text{llevo 1} \\
 1 \quad 1 \quad 0 \\
 + \quad \quad 1 \quad 1 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Ejercicio 3.8.5 *Realiza las siguientes sumas en binario y comprueba los resultados pasando a decimal. $1010101+111010$; $11101010+10011010$.*

La razón de que los ordenadores utilicen el lenguaje binario en todos sus trabajos es la siguiente. En un principio los ordenadores trabajaban con unos aparatos, relés, que sólo tenían dos estados: apagado, 0, ó encendido, 1 (1 bit). Con combinaciones de estos dos símbolos había que traducir cualquier número y cualquier palabra, además de ciertos caracteres de control. Así surge el código ASCII, American Standard Code for Interchange of

Information o Código Standar Americano para Intercambio de Información. Consta de $128 = 2^7$ símbolos ya que con los símbolos 0 y 1 se pueden escribir 128 palabras distintas de longitud 7 caracteres (añadiéndole un cero a la izquierda las convertimos en palabras de longitud 8 caracteres, 1 byte=8 bites). Así para traducir ANA procederíamos de la siguiente manera. El código ASCII de la A es 65 y de la N es 78, pasamos estos números a binario

$$65_{10} = 1000001_2 \quad 78_{10} = 1001110_2$$

como las combinaciones se usan exclusivamente con 8 caracteres, las palabras anteriores se completan con ceros por la izquierda si hace falta. En lugar de traducir la A por 1000001_2 se traduce por 01000001_2 , la N se traduce por 01001110_2 y la palabra ANA se escribirá

010000010100111001000001

El código ASCII para las letras mayúsculas es

65 A	66 B	67 C	68 D	69 E	70 F	71 G	72 H	73 I
74 J	75 K	76 L	77 M	78 N	79 O	80 P	81 Q	82 R
83 S	84 T	85 U	86 V	87 W	88 X	89 Y	90 Z	

Posteriormente se completa este código con el EBCDIC¹ hasta obtener los $256 = 2^8$ caracteres. Es muy sencillo averiguar cada código con un ordenador, mientras mantenemos pulsada la tecla Alt tecleamos un número del 0 al 255 en el teclado numérico y aparecerá el carácter EBCDIC correspondiente.

Ejercicio 3.8.6 *Como se traduce tu nombre a lenguaje binario.*

Ejercicio 3.8.7 *Explica el sistema de medida: bit, byte, kilobyte, megabyte, gigabyte.*

3.9 Magia en binario

Hay un truco de magia basado en el sistema binario que es espectacular. Un mago ha entregado seis tarjetas de distintos colores con unos números, del 1 al 63, a un espectador. Le pide que piense un número del 1 al 63, lo escriba en un papel, y que le enseñe la parte de atrás de las tarjetas donde aparezca ese número, de manera que el mago no pueda ver los números, tan sólo los colores de las tarjetas. Tras unos segundos este gran mago adivina el número.

Las tarjetas son:

¹Extended Binary Coded Decimal Interchange Code o Código Ampliado de Intercambio de Decimales Codificados en Binario

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63
2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63
4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63
8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63
16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63
32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

El mago se ha aprendido los colores y el número por el que empieza cada tabla, una potencia de 2: 1 (2^0), 2,4,8,16,32. Suma los números por los que empieza cada tabla de las seleccionadas por el espectador y obtiene el número pensado. Si, por ejemplo, ha pensado en el número 21 nos enseña las tarjetas que empiezan por 1,4,16 pues $21 = 1 + 4 + 16$.

¿Cuál es la razón? La primera tarjeta está formada por todos los números cuya expresión en forma binaria tiene un 1 en su primera cifra empezando por la derecha, son todos los impares. La segunda tarjeta por todos los números cuya segunda cifra en expresión binaria lleva un 1, y así todas las tarjetas. Como el 21 tiene un 1 en 1ª,3ª y 5ª cifra estará en esas mismas tarjetas. El mago lo único importante que ha hecho es aprenderse de memoria los colores y así le da mas enjundia al truco.

$$21 = 10101_2$$

3.10 Sistema hexadecimal.

En este sistema la base es 16 y por tanto necesitaremos 16 símbolos distintos que son los diez dígitos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 y las letras A,B,C,D,E,F donde A es 10, B es 11, C es 12, D es 13, E es 14 y F es 15.

Para pasar de hexadecimal a decimal y viceversa seguimos el mismo método que para pasar de decimal a binario. Por ejemplo: pasar 123_{10} a hexadecimal. Dividimos 123 entre 16 y nos quedamos con el cociente y los restos en orden inverso

$$\begin{array}{r} 123 \quad | \quad 16 \\ 11 \quad \underline{} \\ 7 \end{array}$$

como el 11 se traduce por B, $123_{10} = 7B_{16}$.

Pasar ABC a decimal:

$$ABC = A \cdot 16^2 + B \cdot 16 + C = 10 \cdot 256 + 11 \cdot 16 + 12 = 2748$$

Ejercicio 3.10.1 Pasar 1999 a hexadecimal.

Ejercicio 3.10.2 Tras hacer el ejercicio anterior, ¿cuál será la razón de usar este sistema?

3.11 Código MORSE.

Para terminar este capítulo vamos a recordar el código morse que se usaba antiguamente mediante cableado. Se basa únicamente en dos símbolos, el punto y la raya, con ellos se puede representar cualquier información que esté expresada en nuestro alfabeto. La codificación es:

A	•—	N	—•
B	—•••	O	— — —
C	—•—•	P	•— —•
D	—••	Q	— —•—
E	•	R	•—•
F	••—•	S	•••
G	— —•	T	—
H	••••	U	••—
I	••	V	•••—
J	•— — —	W	•— —
K	—•—	X	—••—
L	•—••	Y	—•— —
M	— —	Z	— —••

Ejercicio 3.11.1 Representa el mensaje SOS (socorro) en morse.

Ejercicio 3.11.2 *En la carretera de Cartagena a La Unión existe un barrio de Cartagena llamado La Media Legua. Averigua la razón de este nombre y ¿qué significa media legua?*

Ejercicio 3.11.3 *Como trabajo para esta evaluación teneis que explicar algún sistema de medida (longitud-leguas, volumen-celemines, peso-arrobas, monedas-perras gordas, áreas-tahullas, etc) que se usaba antiguamente y ya se ha dejado de usar. Consulta con alguna persona mayor.*

Ejercicio 3.11.4 *Y para el que sea valiente calcular*

$$\sum_{k=5}^{49} \frac{11_k}{\sqrt[3]{1331_k}}$$

3.12 El día de la bestia ó 666: un número muy bestia

El texto que sigue está extraído de un artículo aparecido en EL PAÍS el 27 de Enero de 2000, sus autores son Jordi José y Manuel Moreno, profesores de Física de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC). Semanalmente explican fallos y aciertos científicos en las películas.



Figura 3.5: Pedro Pablo cuando se enfada

”Quien tenga inteligencia calcule el número de la bestia, pues es número humano. Y su número es 666” (Apocalipsis, capítulo 13, versículo 18). El pasaje parece referirse al Anticristo (la Bestia), el agente de Satanás que será enviado a la Tierra para preparar su reinado antes de la decisiva batalla de Armagedón, que enfrentará a las fuerzas del bien y del mal. Objeto de las profecías más extravagantes, el citado número se asocia desde antiguo al demonio. Y el halo de misterio que parece envolverlo es un buen filón para argumentos cinematográficos.

En La profecía (1976), un clásico del cine de terror, el Anticristo nace el 6º día del 6º mes (junio) a las seis de la mañana con una señal de nacimiento, el número 666, en el cuero cabelludo. En El fin de los días

(1999), película estrenada recientemente, quizá para aprovechar el tirón de las teorías catastrofistas y las predicciones de males sin cuento propiciados por el cambio de dígitos del año, el argumento es como sigue. Un cura, Tomás Aquino, ve en el cielo la señal que indica que ha de nacer una niña que será la mujer poseída por el demonio para perpetuar la raza del ser maligno por excelencia. Por orden papal, el tal Tomás se encargará de proteger a la niña, que se encuentra, cómo no, en Nueva York. Un argumento parecido al de la muy superior *El día de la bestia* (1995), el filme de Álex de la Iglesia, donde Nueva York es Madrid; el cura (el padre Ángel), Álex Angulo, y el hombretón, un impagable Santiago Segura.

En este caso, los aspectos más demoniacos o bestiales tienen un matiz más terrenal y político. ¿Qué misterio encierra este número que lo hace acreedor de tal protagonismo? Ninguno. O el mismo que cualquier otro número también pretendidamente singular y rodeado de simbolismo, como el 7 o el 13.

No es de extrañar que detractores y fervientes defensores de la religión católica hayan ideado toda suerte de maneras de extraer el 666 de personajes históricos estrechamente vinculados al catolicismo (emperadores romanos, papas, etcétera). Numerólogos modernos han obtenido fácilmente el 666 de algunos personajes, como Hitler: si se utiliza el código según el cual a vale 100, b vale 101, etcétera, la palabra suma 666. Con la misma técnica, pero ahora con el código simple a=1, b=2, etcétera, multiplicado por 6, la palabra *computer* (computadora en inglés) suma también 666. ¿Tendrá lugar la venida del Anticristo en la era informática actual? ¿O es ya el ordenador una bestia particularmente diabólica? La propia palabra *diablo* tiene seis letras; el nombre y el primer apellido de uno de los autores de esta columna, también; al igual que España.

Según la Biblia, el mundo fue creado en seis días y el 6 es el primero de los números denominados perfectos, aquellos que son iguales a la suma de sus divisores: $6=1+2+3$; también 6 es el resultado del producto de éstos. Atención, aficionados a los juegos de azar: el número más alto de un dado es 6 y éste tiene 6 caras; 36 ($= 6 \times 6$) son los números de la ruleta que sumados ($1+2+\dots+36$) dan (adivinen)... 666. Y la cifra del año pasado, 1999, vuelta del revés y eliminado el 1, es... 666. ¿Cuál es el versículo del Apocalipsis que menciona este número?

El 18, que es la suma de los dígitos que componen el 666. Claro que, como sostiene el divulgador Martin Gardner en el delicioso y divertido libro de juegos matemáticos *Los mágicos números del Doctor Matrix*, cualquier numerólogo hábil puede deducir el 666 (y cualquier otro) de cualquier nombre. ¿Se atreven?

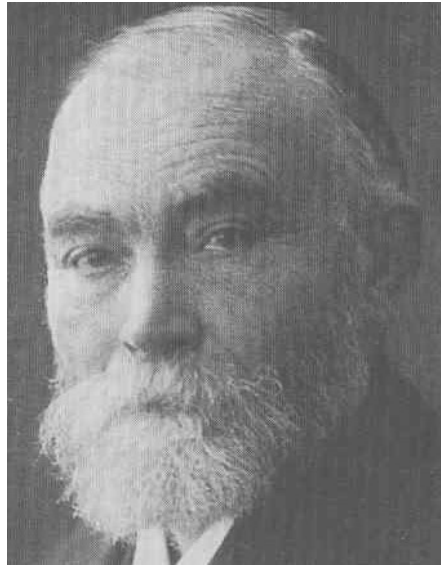


Figura 3.6: Gottlob Frege

3.13 Gottlob Frege

Nace el 8 de Noviembre de 1848 en Alemania. Estudia matemáticas y física en las universidades de Jena y Göttingen, y algunas asignaturas de filosofía. En 1874 comienza a dar clases en la universidad de Jena. Nadie tomaba en serio su obra y más de una vez estuvo a punto de ser despedido. No fue así porque Ernst Abbe, profesor de la universidad y copropietario de Carl Zeiss Jena, era la única persona que confiaba en la valía de Frege. Hasta tal punto que cuando Abbe, multimillonario por las ganancias de Zeiss, comienza a donar dinero a la universidad lo hace con la condición de aumentar el miserable sueldo de 700 marcos hasta los 2000 marcos. Frege nunca lo supo. Gracias a esa subvención pudo escribir su obra maestra "La Fundamentación de la Aritmética".

Toda su vida estuvo dedicada al esfuerzo por entender los números naturales y de dónde les viene a los teoremas aritméticos su peculiar e incomparable seguridad. Se le considera el creador de la lógica moderna.[1]