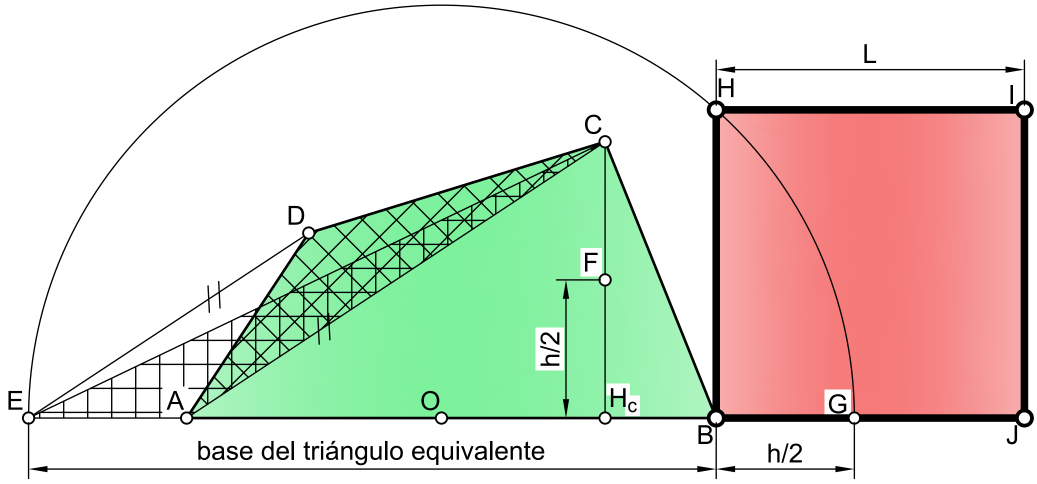
Cuadratura de un trapezoide o cuadrilátero.

Sea el cuadrilátero ABCD.

1. El proceso más sencillo y rápido, es transformarlo en un triángulo equivalente, de la siguiente manera:
2. Se dibuja la línea $\overline{AC}$.
3. Por el vértice D se dibuja una línea paralela a la anterior.



4. Los triángulos ACD y ACE tienen igual área por tener la misma base, AC e igual altura, por estar comprendidos entre líneas paralelas, las $\overline{AC}$ y $\overline{ED}$. De esto se deduce que el triángulo EBC es equivalente al cuadrilátero ABCD. El resto de la construcción es similar a la del triángulo inicial.

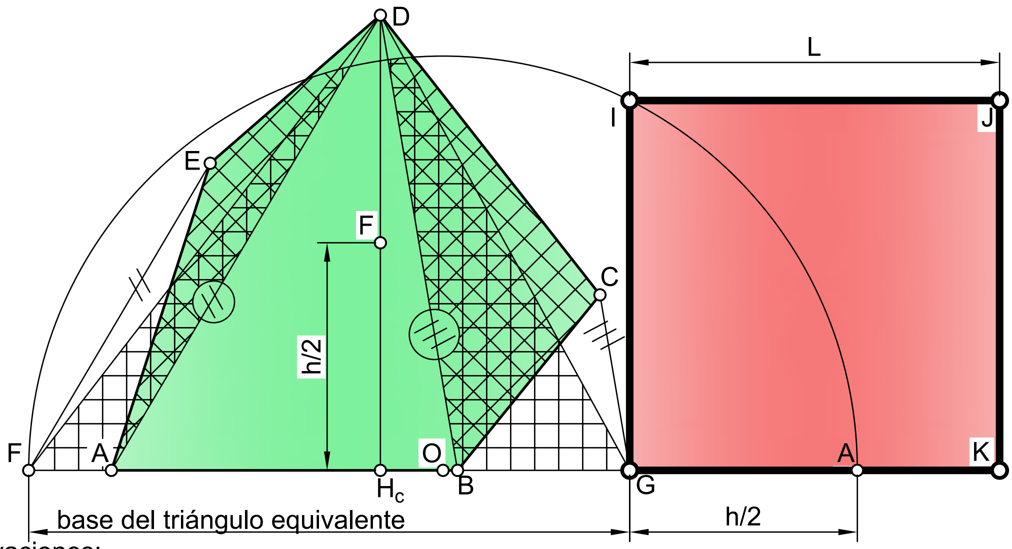
Cuadratura de una poligonal de más de 4 lados e irregular.

Sea la poligonal ABCDE.

1. El proceso, al igual que en el caso anterior, se reduce a transformar la poligonal en un triángulo, utilizando la igualdad de triángulos entre paralelas, al dibujar las líneas $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$, de manera similar al caso visto antes, se tiene que los triángulos AFD y AED tienen el mismo área; lo mismo sucede con los triángulos BGD y BCD.

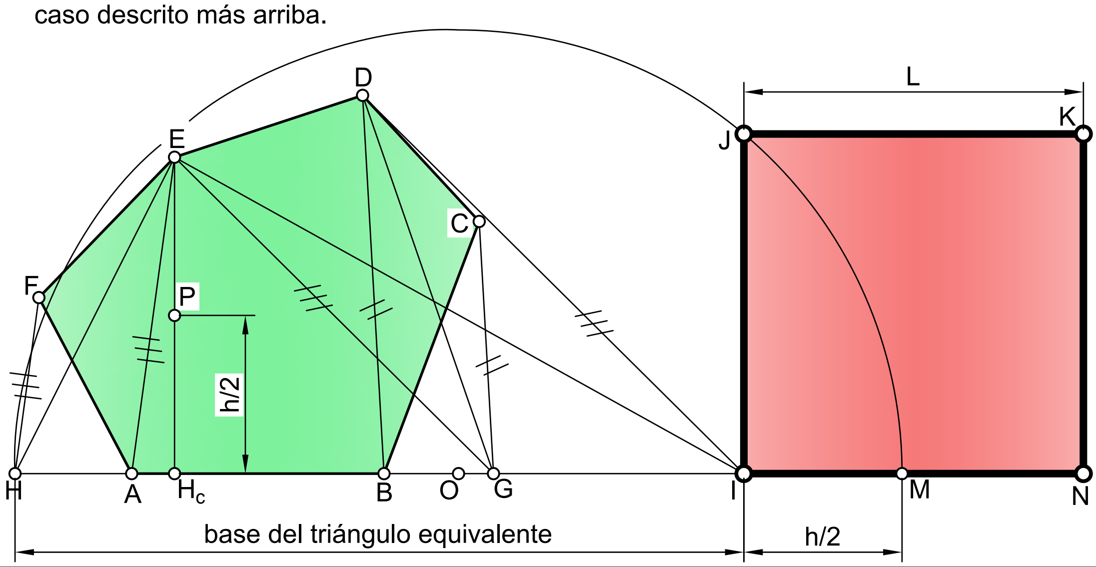
Así tenemos que el triángulo FGD es equivalente a la poligonal ABCDE.

2. Ahora se aplica al triángulo, la construcción de la media proporcional, entre su base, él $\overline{FG}$ y la mitad de la altura, $\overline{FH_c}/2$, obteniendo el cuadrado GKJI de lado L.



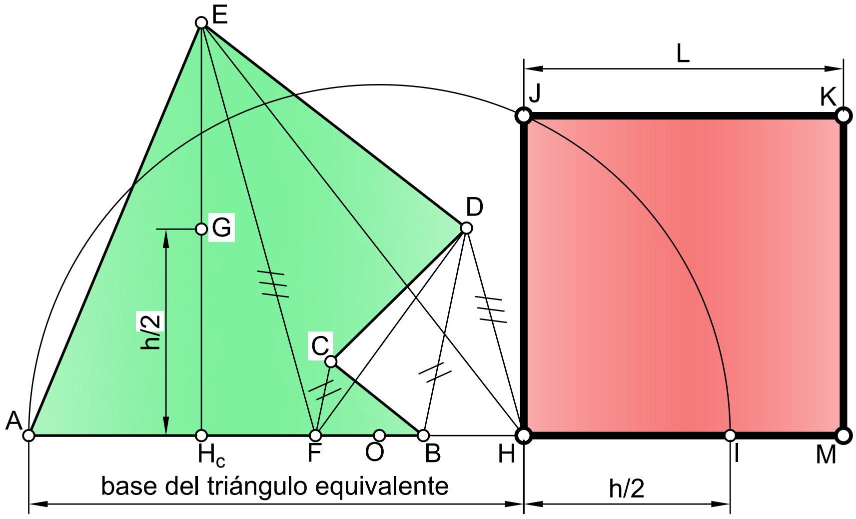
Hagamos algunas observaciones:

Si la poligonal es de más de 5 lados, se van reduciendo de uno en uno o de dos en dos triángulos entre paralelas, según el número de lados, hasta conseguir un pentágono, procediendo a continuación como en el caso descrito más arriba.



En la figura adjunta la poligonal hexagonal ABCDEF, se ha transformado en la pentagonal AGDEF y después en el triángulo HIE. El resto de la construcción, una vez tenemos el triángulo, es como en los casos anteriores.

La poligonal utilizada en este caso es convexa, pero si es cóncava, se siguen los mismos principios, eliminando primero la concavidad, para convertirla en convexa, como se muestra en la figura, donde la concavidad que se da en el vértice C, se elimina de la siguiente manera:



1. Se dibuja la línea $\overline{BD}$.
2. Por el vértice C se dibuja una línea paralela a la anterior, que corta en F a la base de la poligonal.
3. Se une F con D.
4. Resultando que el triángulo FCD es igual al FCB, con lo que la poligonal cóncava ABCDE se ha transformado en el cuadrilátero equivalente AFDE, cuya cuadratura se realiza como el caso ya visto antes, donde se obtiene el triángulo AHE, equivalente al cuadrilátero AFDE y por tanto a la poligonal cóncava ABCDE.

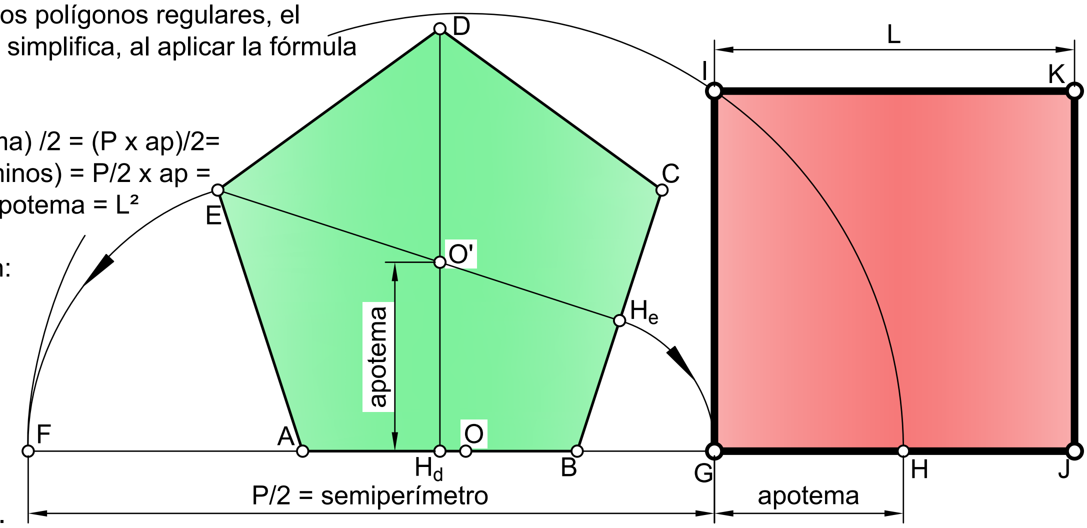
Cuadratura de un polígono regular.

En el caso de los polígonos regulares, el proceso descrito se simplifica, al aplicar la fórmula del área:

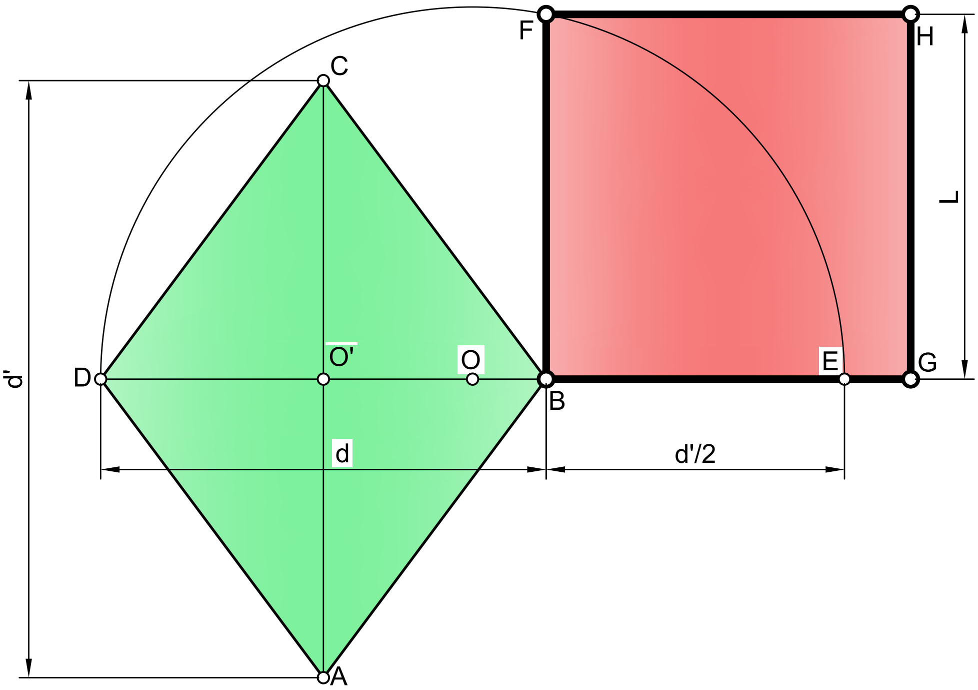
(perímetro x apotema) /2 = (P x ap)/2=
=(reagrupando terminos) = P/2 x ap =
=semiperímetro x apotema = L^2

luego los pasos son:

1. Se prolonga el lado AB del pentágono.
2. Se lleva sobre la línea un lado y medio, completando el semiperímetro $\overline{FG}$.



3. Se lleva a continuación del semiperímetro, la apotema, obteniendo el segmento $\overline{FH}$.
4. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro $\overline{FH}$.
5. Por el punto G se dibuja una línea perpendicular al segmento $\overline{FH}$, cortando a la semicircunferencia en el punto I. El segmento $\overline{GI}$ es el lado, L, del cuadrado GJKI buscado.



Cuadratura de un rombo.

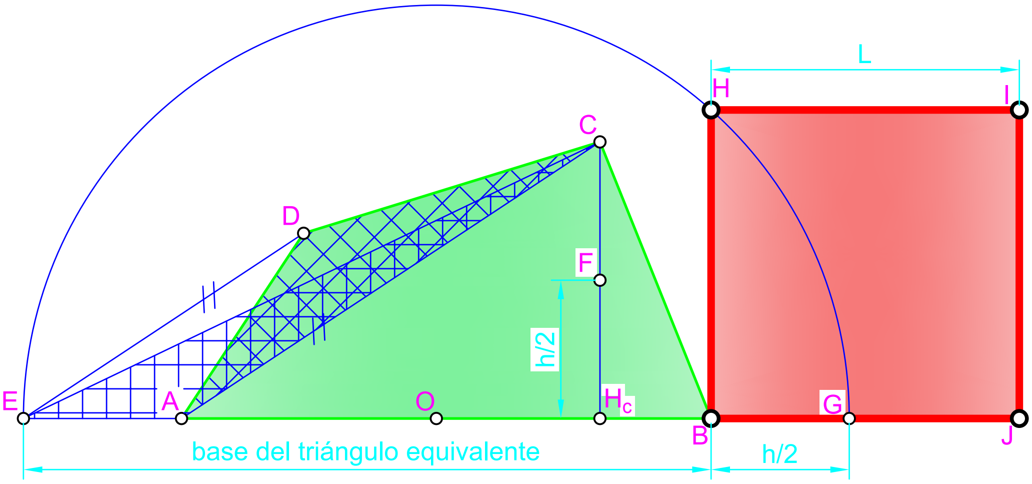
Sea el rombo ABCD.

Se puede realizar la construcción tomando como base uno de los lados, y altura la distancia entre dos lados paralelos, que sería la aplicación del procedimiento indicado para el rectángulo. Pero también podemos utilizar la formula de su área: (d' x d)/2 = d'/2 x d = L^2 , es decir, la media proporcional, entre la semidiagonal mayor y la menor. El resto del proceso es como en casos anteriores.

Cuadratura de un trapezoide o cuadrilátero.

Sea el cuadrilátero ABCD.

1. El proceso más sencillo y rápido, es transformarlo en un triángulo equivalente, de la siguiente manera:
2. Se dibuja la línea $\overline{AC}$.
3. Por el vértice D se dibuja una línea paralela a la anterior.



4. Los triángulos ACD y ACE tienen igual área por tener la misma base, AC e igual altura, por estar comprendidos entre líneas paralelas, las $\overline{AC}$ y $\overline{ED}$. De esto se deduce que el triángulo EBC es equivalente al cuadrilátero ABCD. El resto de la construcción es similar a la del triángulo inicial.

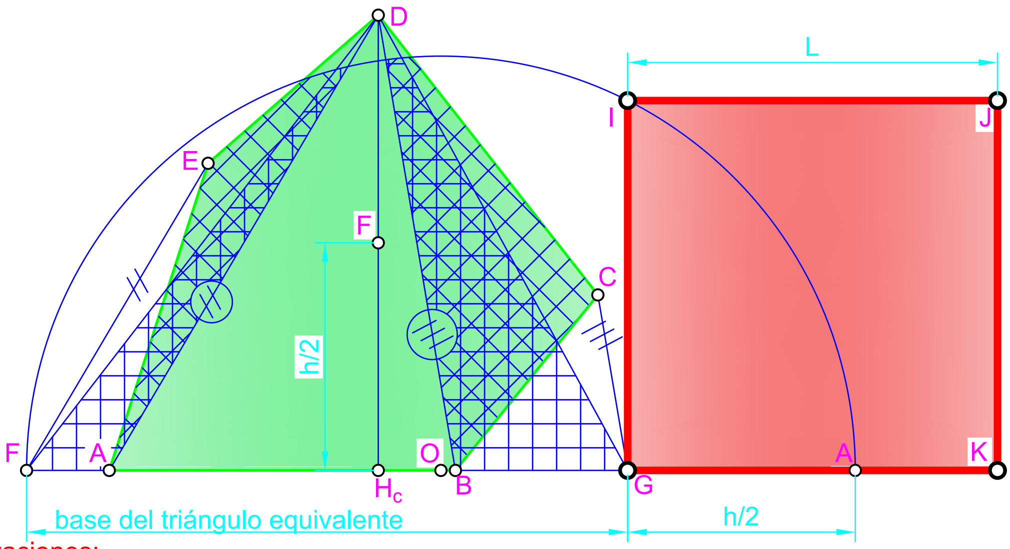
Cuadratura de una poligonal de más de 4 lados e irregular.

Sea la poligonal ABCDE.

1. El proceso, al igual que en el caso anterior, se reduce a transformar la poligonal en un triángulo, utilizando la igualdad de triángulos entre paralelas, al dibujar las líneas $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$, de manera similar al caso visto antes, se tiene que los triángulos AFD y AED tienen el mismo área; lo mismo sucede con los triángulos BGD y BCD.

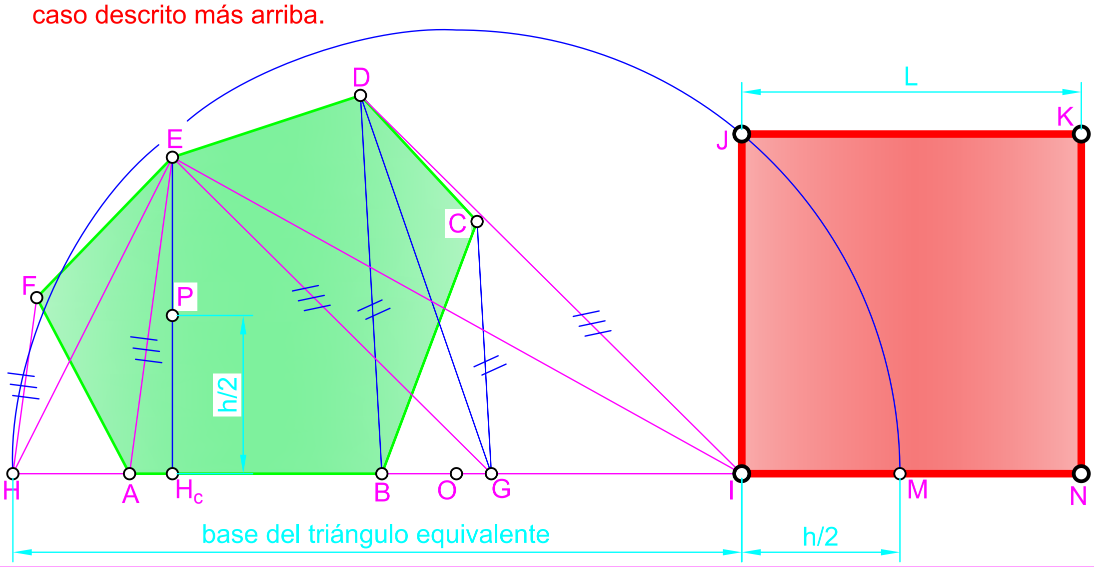
Así tenemos que el triángulo FGD es equivalente a la poligonal ABCDE.

2. Ahora se aplica al triángulo, la construcción de la media proporcional, entre su base, él $\overline{FG}$ y la mitad de la altura, $\overline{FH_c}/2$, obteniendo el cuadrado GKJI de lado L.



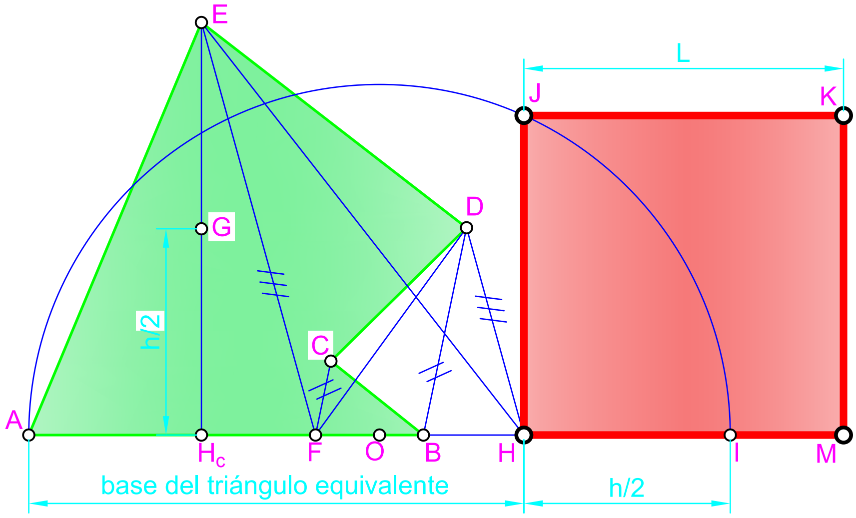
Hagamos algunas observaciones:

Si la poligonal es de más de 5 lados, se van reduciendo de uno en uno o de dos en dos triángulos entre paralelas, según el número de lados, hasta conseguir un pentágono, procediendo a continuación como en el caso descrito más arriba.



En la figura adjunta la poligonal hexagonal ABCDEF, se ha transformado en la pentagonal AGDEF y después en el triángulo HIE. El resto de la construcción, una vez tenemos el triángulo, es como en los casos anteriores.

La poligonal utilizada en este caso es convexa, pero si es cóncava, se siguen los mismos principios, eliminando primero la concavidad, para convertirla en convexa, como se muestra en la figura, donde la concavidad que se da en el vértice C, se elimina de la siguiente manera:



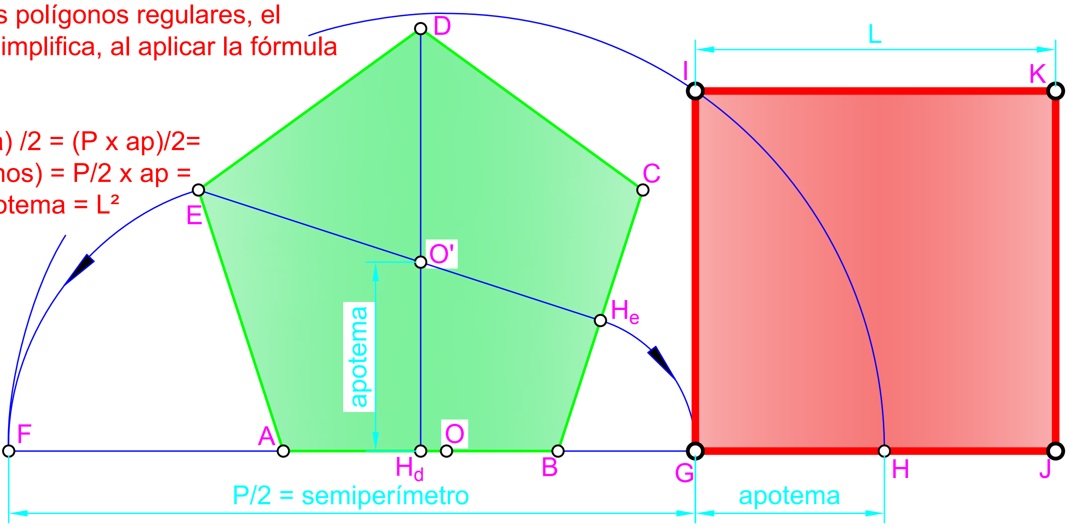
1. Se dibuja la línea $\overline{BD}$.
2. Por el vértice C se dibuja una línea paralela a la anterior, que corta en F a la base de la poligonal.
3. Se une F con D.
4. Resultando que el triángulo FCD es igual al FCB, con lo que la poligonal cóncava ABCDE se ha transformado en el cuadrilátero equivalente AFDE, cuya cuadratura se realiza como el caso ya visto antes, donde se obtiene el triángulo AHE, equivalente al cuadrilátero AFDE y por tanto a la poligonal cóncava ABCDE.

Cuadratura de un polígono regular.

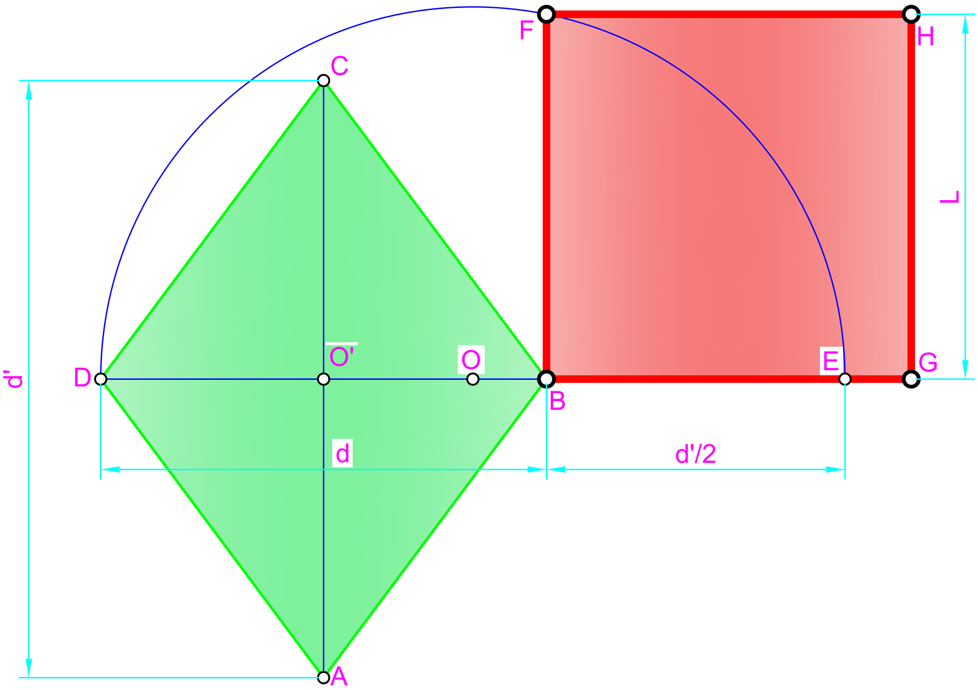
En el caso de los polígonos regulares, el proceso descrito se simplifica, al aplicar la fórmula del área:

(perímetro x apotema) /2 = (P x ap)/2=
=(reagrupando terminos) = P/2 x ap =
=semiperímetro x apotema = L²

luego los pasos son:



1. Se prolonga el lado AB del pentágono.
2. Se lleva sobre la línea un lado y medio, completando el semiperímetro $\overline{FG}$.
3. Se lleva a continuación del semiperímetro, la apotema, obteniendo el segmento $\overline{FH}$.
4. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro $\overline{FH}$.
5. Por el punto G se dibuja una línea perpendicular al segmento $\overline{FH}$, cortando a la semicircunferencia en el punto I. El segmento $\overline{GI}$ es el lado, L, del cuadrado GJKI buscado.



Cuadratura de un rombo.

Sea el rombo ABCD.

Se puede realizar la construcción tomando como base uno de los lados, y altura la distancia entre dos lados paralelos, que sería la aplicación del procedimiento indicado para el rectángulo. Pero también podemos utilizar la formula de su área: (d' x d)/2 = d'/2 x d = L² , es decir, la media proporcional, entre la semidiagonal mayor y la menor. El resto del proceso es como en casos anteriores.