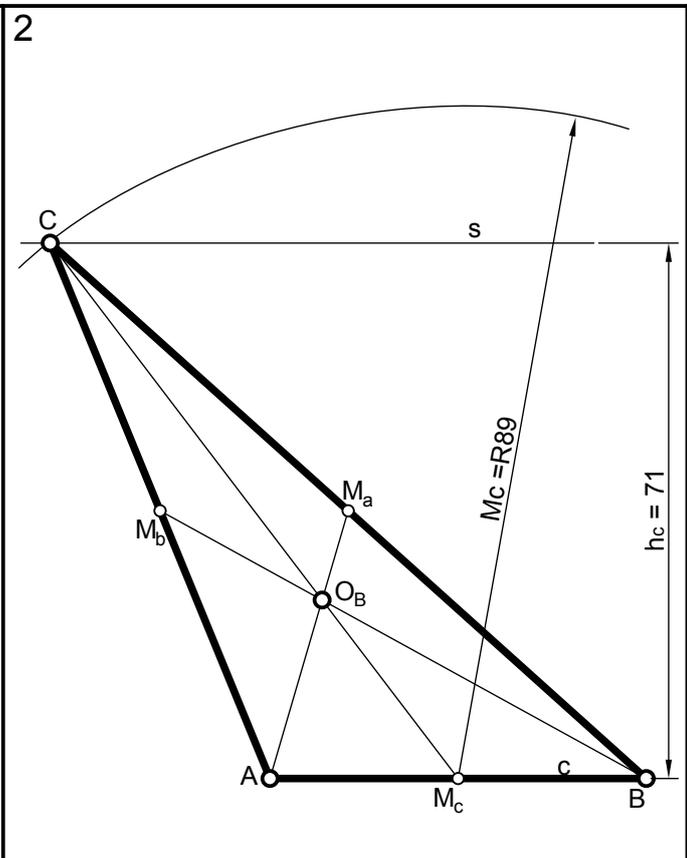
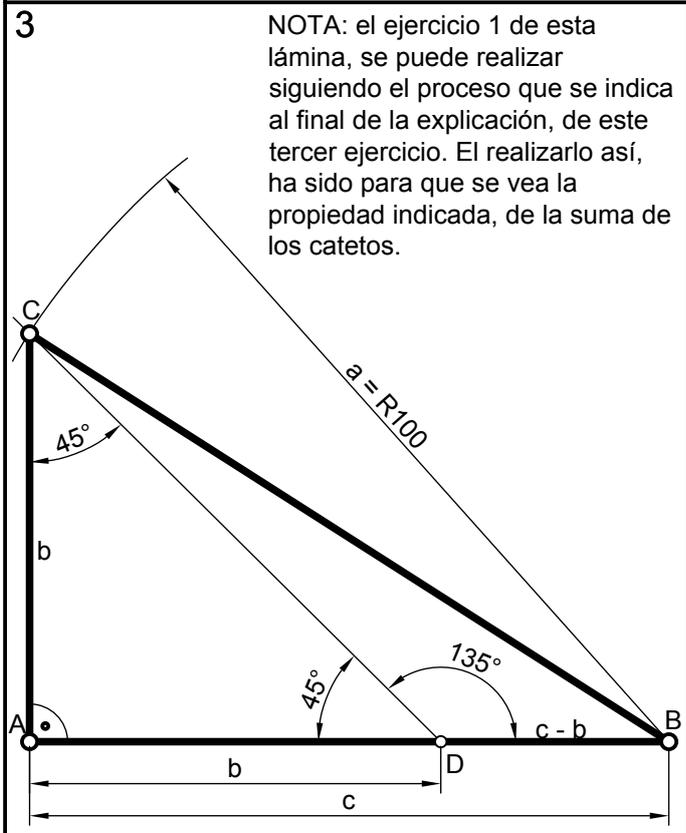


Dibujar el triángulo rectángulo conocidos los radios de las circunferencias inscrita, $r = 15 \text{ mm}$, y circunscrita, $r' = 40 \text{ mm}$. Se da el diámetro de la circunferencia circunscrita.

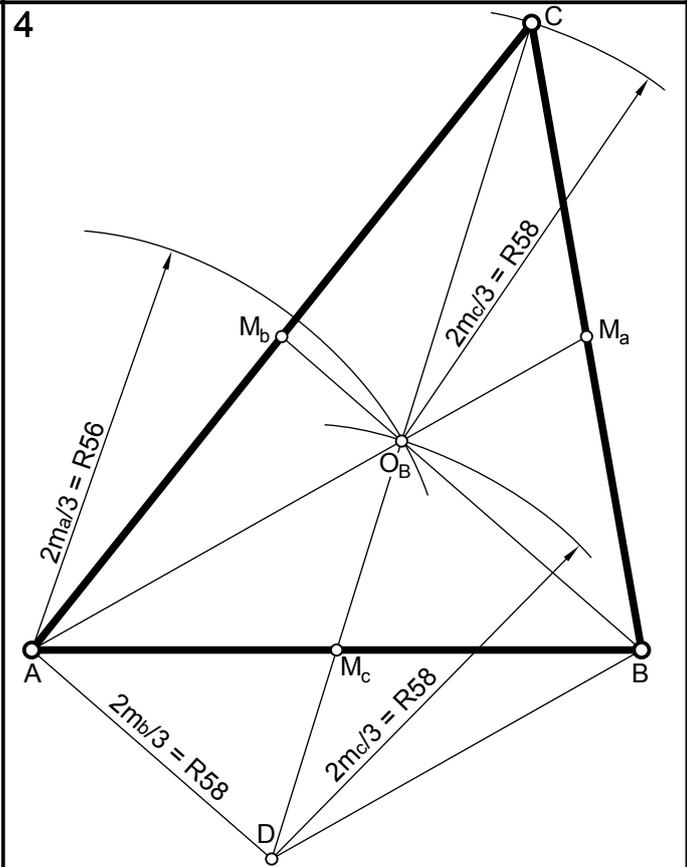


Dibujar el triángulo conocido el lado $c = AB$, la altura $h_c = 71 \text{ mm}$ y la mediana $m_c = 89 \text{ mm}$. Determinar el baricentro O_B .



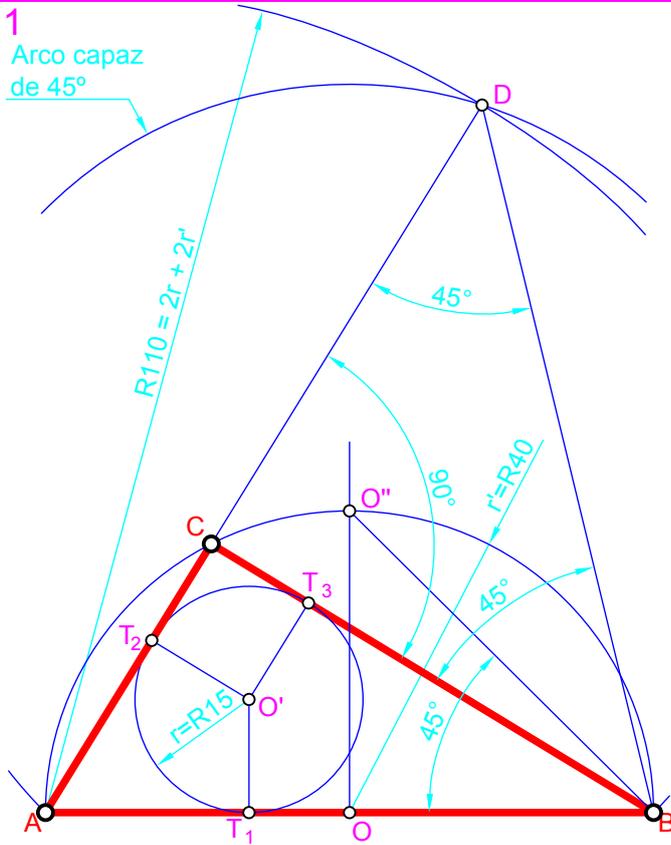
NOTA: el ejercicio 1 de esta lámina, se puede realizar siguiendo el proceso que se indica al final de la explicación, de este tercer ejercicio. El realizarlo así, ha sido para que se vea la propiedad indicada, de la suma de los catetos.

Dibujar el triángulo rectángulo del que se conocen: la hipotenusa, $a = 100 \text{ mm}$, y la diferencia de los catetos, $c - b = 30 \text{ mm}$. Se da la posición del segmento diferencia de catetos. Determinar su ortocentro

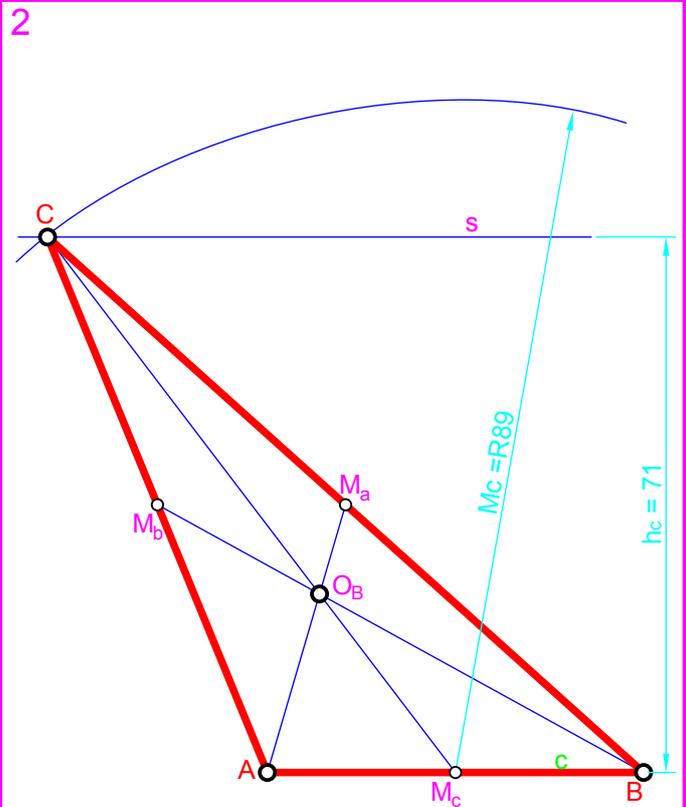


Dibujar el triángulo del que se conocen sus tres medianas: $m_a = 84$, $m_b = 63$ y $m_c = 87$. Se da la posición del vértice A. Se recomienda que la construcción se haga, antes, en un papel aparte.

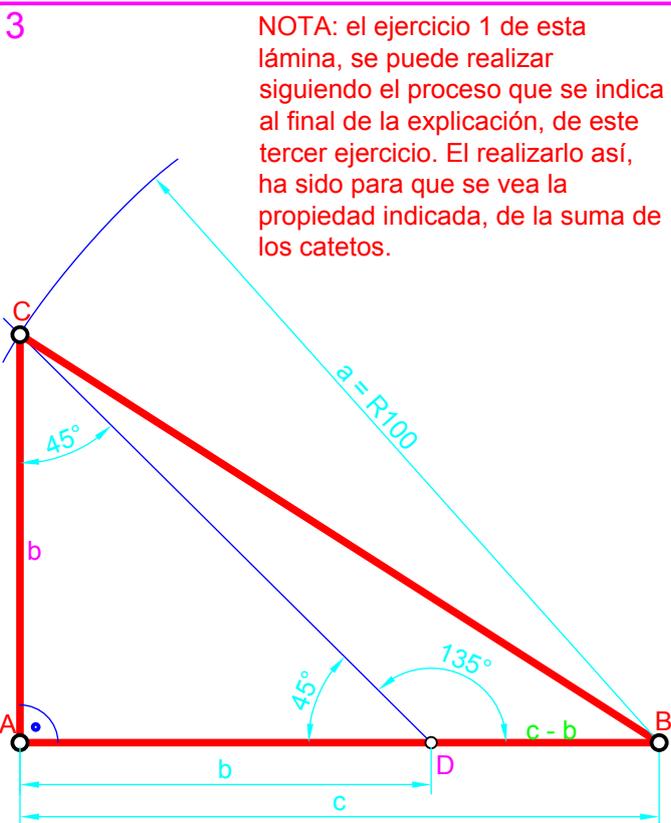
<p>1 Este ejercicio está basado en la propiedad que dice: <i>en todo triángulo rectángulo la suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita es igual a la suma de los catetos.</i></p> <p>Dicho lo anterior, el problema es similar al del ejercicio 3 de la lámina Triángulos 1, pues ahora se puede enunciar así: <i>dibujar el triángulo rectángulo del que se conoce la hipotenusa (diámetro de la circunferencia circunscrita) y la suma de los catetos (suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita).</i> Falta el dato del ángulo opuesto a la hipotenusa, pero en este caso no hay que decirlo, pues se sobreentiende que vale 90°.</p> <p>De lo dicho el proceso es:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro 80. 2. Se dibuja el arco capaz del ángulo de 45°, cuyo centro es el punto O''. 3. Con centro en el vértice A, se dibuja un arco, de radio, 110 mm, la suma de los catetos, por lo dicho antes, que corta al arco capaz en el punto D. Hay otro punto, no dibujado, que da la misma solución pero simétrica respecto de la mediatriz del segmento \overline{AB}. 4. Se une el punto D con él A, cortando a la semicircunferencia en el punto C, con lo que se completa el triángulo ABC buscado. 	<p>2 La resolución de este triángulo exige la utilización de los LG: el de la circunferencia y el de las rectas paralelas.</p> <p>Datos: lado c, mediana m_c y altura h_c.</p> <p>Construcción:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja una línea, s, paralela al lado $c = \overline{AB}$, a la distancia de la altura $h_c = 71$ mm. 2. Con centro en el punto medio M_c, y radio el de la mediana $m_c = 89$ mm, se dibuja un arco que corta a la anterior paralela, en el punto C, con lo que se completa el triángulo ABC. Hay otro punto C', no dibujado, por salirse del espacio para dibujar, pero daría una solución igual, pero simétrica respecto de la mediatriz del lado c. 3. La determinación del baricentro O_o es por intersección de las medianas (líneas que van del punto medio de cada lado al vértice opuesto). 	
<p>3 Si en un triángulo rectángulo BAC, se le resta al cateto mayor el menor, tenemos el triángulo, también rectángulo, DAC y además isósceles, por tener dos lados iguales, en nuestro caso el cateto b.</p> <p>El ángulo, en el vértice D, vale 45° y su suplementario de 135°, forma parte del triángulo obtusángulo BDC, el cual se puede construir pues: los datos que nos dan son la diferencia de catetos (DB), el lado BC (hipotenusa del triángulo rectángulo BAC) y el ángulo en el vértice D igual a 135°. De todo lo dicho tenemos el siguiente proceso:</p> <p>Datos: hipotenusa, $a = 100$ mm y diferencia de los catetos, $c - b = 30$ mm.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja por el vértice D el ángulo de 135°. 2. Con centro en el vértice B, se dibuja un arco de radio $a = 100$ mm, que corta al lado del ángulo en el vértice C. 3. Se prolonga el lado \overline{DB}. 4. Se dibuja por C una línea perpendicular a la prolongación anterior, cortándola en el vértice A, con lo que completamos el triángulo rectángulo pedido BAC. <p>Si en vez de darnos la diferencia de catetos, dan la suma, el proceso es parecido, pero el triángulo rectángulo e isósceles DAB, se dibuja al otro lado del cateto $AC = b$.</p>	<p>4 Analizando la figura tenemos, una vez dibujado el baricentro, O_B, del triángulo ABC:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si por los vértices A y B se dibujan líneas paralelas a las medianas m_b y m_a respectivamente, se tiene el paralelogramo AO_BBD, cuyas diagonales, \overline{AB} y $\overline{DO_B}$, se cortan en el punto medio M_c, luego ... • resulta que el triángulo ADO_B tiene por lados $2/3$ de cada una de las medianas, luego se puede construir, siendo los pasos para la construcción: <p>Datos: las medianas: $m_a = 84$, $m_b = 63$ y $m_c = 87$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se determinan los $2/3$ de cada mediana. 2. A partir del punto A, se dibuja una línea cualquiera, llevando sobre ella los $2/3$ de m_b, obteniendo el lado \overline{AD}. 3. Con centro en A y radio $2/3$ de m_a, se dibuja un arco. 4. Con centro en D y radio $2/3$ de m_c, se dibuja un arco, que corta al anterior en el centro O_B. 5. Se determina M_c, punto medio del lado $\overline{DO_B}$. 6. Como M_c también es el punto medio del lado \overline{AB}, se prolonga el segmento $\overline{AM_c}$ en su misma magnitud, para obtener el vértice C. 7. Se prolonga el lado $\overline{DO_B}$, llevando sobre la prolongación a partir del centro O_B, $2/3$ de m_c, obteniendo el vértice C, con lo que se completa el trazado del triángulo ABC. 	
<p> Triángulos 2</p>	<p>CENTRO</p>	
<p>1.2 BT II</p>		<p>NOTA:</p>



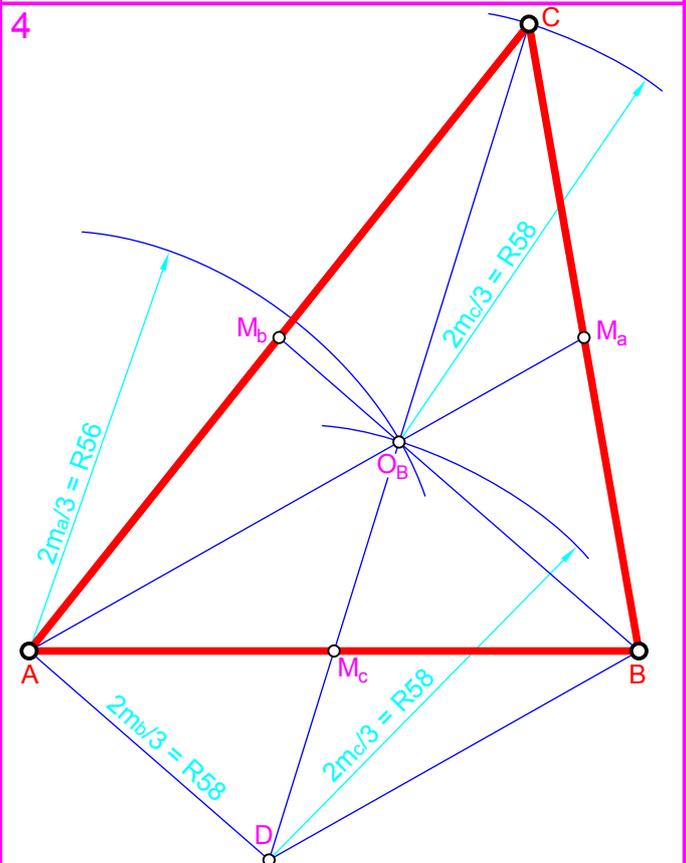
Dibujar el triángulo rectángulo conocidos los radios de las circunferencias inscrita, $r = 15$ mm, y circunscrita, $r' = 40$ mm. Se da el diámetro de la circunferencia circunscrita.



Dibujar el triángulo conocido el lado $c = AB$, la altura $h_c = 71$ mm y la mediana $m_c = 89$ mm. Determinar el baricentro O_B .



Dibujar el triángulo rectángulo del que se conocen: la hipotenusa, $a = 100$ mm, y la diferencia de los catetos, $c - b = 30$ mm. Se da la posición del segmento diferencia de catetos. Determinar su ortocentro



Dibujar el triángulo del que se conocen sus tres medianas: $m_a = 84$, $m_b = 63$ y $m_c = 87$. Se da la posición del vértice A. Se recomienda que la construcción se haga, antes, en un papel aparte.

RG

Triángulos 2

CENTRO

<p>1 Este ejercicio está basado en la propiedad que dice: <i>en todo triángulo rectángulo la suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita es igual a la suma de los catetos.</i></p> <p>Dicho lo anterior, el problema es similar al del ejercicio 3 de la lámina Triángulos 1, pues ahora se puede enunciar así: <i>dibujar el triángulo rectángulo del que se conoce la hipotenusa (diámetro de la circunferencia circunscrita) y la suma de los catetos (suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita).</i> Falta el dato del ángulo opuesto a la hipotenusa, pero en este caso no hay que decirlo, pues se sobreentiende que vale 90°.</p> <p>De lo dicho el proceso es:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro 80. 2. Se dibuja el arco capaz del ángulo de 45°, cuyo centro es el punto O''. 3. Con centro en el vértice A, se dibuja un arco, de radio, 110 mm, la suma de los catetos, por lo dicho antes, que corta al arco capaz en el punto D. Hay otro punto, no dibujado, que da la misma solución pero simétrica respecto de la mediatriz del segmento \overline{AB}. 4. Se une el punto D con el A, cortando a la semicircunferencia en el punto C, con lo que se completa el triángulo ABC buscado. 	<p>2 La resolución de este triángulo exige la utilización de los LG: el de la circunferencia y el de las rectas paralelas.</p> <p>Datos: lado c, mediana m_c y altura h_c.</p> <p>Construcción:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja una línea, s, paralela al lado $c = \overline{AB}$, a la distancia de la altura $h_c = 71$ mm. 2. Con centro en el punto medio M_c, y radio el de la mediana $m_c = 89$ mm, se dibuja un arco que corta a la anterior paralela, en el punto C, con lo que se completa el triángulo ABC. Hay otro punto C', no dibujado, por salirse del espacio para dibujar, pero daría una solución igual, pero simétrica respecto de la mediatriz del lado c. 3. La determinación del baricentro O_o es por intersección de las medianas (líneas que van del punto medio de cada lado al vértice opuesto).
<p>3 Si en un triángulo rectángulo BAC, se le resta al cateto mayor el menor, tenemos el triángulo, también rectángulo, DAC y además isósceles, por tener dos lados iguales, en nuestro caso el cateto b.</p> <p>El ángulo, en el vértice D, vale 45° y su suplementario de 135°, forma parte del triángulo obtusángulo BDC, el cual se puede construir pues: los datos que nos dan son la diferencia de catetos (DB), el lado BC (hipotenusa del triángulo rectángulo BAC) y el ángulo en el vértice D igual a 135°. De todo lo dicho tenemos el siguiente proceso:</p> <p>Datos: hipotenusa, $a = 100$ mm y diferencia de los catetos, $c - b = 30$ mm.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se dibuja por el vértice D el ángulo de 135°. 2. Con centro en el vértice B, se dibuja un arco de radio $a = 100$ mm, que corta al lado del ángulo en el vértice C. 3. Se prolonga el lado \overline{DB}. 4. Se dibuja por C una línea perpendicular a la prolongación anterior, cortándola en el vértice A, con lo que completamos el triángulo rectángulo pedido BAC. <p>Si en vez de darnos la diferencia de catetos, dan la suma, el proceso es parecido, pero el triángulo rectángulo e isósceles DAB, se dibuja al otro lado del cateto $AC = b$.</p>	<p>4 Analizando la figura tenemos, una vez dibujado el baricentro, O_B, del triángulo ABC:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si por los vértices A y B se dibujan líneas paralelas a las medianas m_b y m_a respectivamente, se tiene el paralelogramo AO_BBD, cuyas diagonales, \overline{AB} y $\overline{DO_B}$, se cortan en el punto medio M_c, luego ... • resulta que el triángulo ADO_B tiene por lados $2/3$ de cada una de las medianas, luego se puede construir, siendo los pasos para la construcción: <p>Datos: las medianas: $m_a = 84$, $m_b = 63$ y $m_c = 87$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se determinan los $2/3$ de cada mediana. 2. A partir del punto A, se dibuja una línea cualquiera, llevando sobre ella los $2/3$ de m_b, obteniendo el lado \overline{AD}. 3. Con centro en A y radio $2/3$ de m_a, se dibuja un arco. 4. Con centro en D y radio $2/3$ de m_c, se dibuja un arco, que corta al anterior en el centro O_B. 5. Se determina M_c, punto medio del lado $\overline{DO_B}$. 6. Como M_c también es el punto medio del lado \overline{AB}, se prolonga el segmento $\overline{AM_c}$ en su misma magnitud, para obtener el vértice C. 7. Se prolonga el lado $\overline{DO_B}$, llevando sobre la prolongación a partir del centro O_B, $2/3$ de m_c, obteniendo el vértice C, con lo que se completa el trazado del triángulo ABC.
<p> Triángulos 2</p>	<p>CENTRO</p>
<p>1.2 BT II</p>	<p>NOTA:</p>