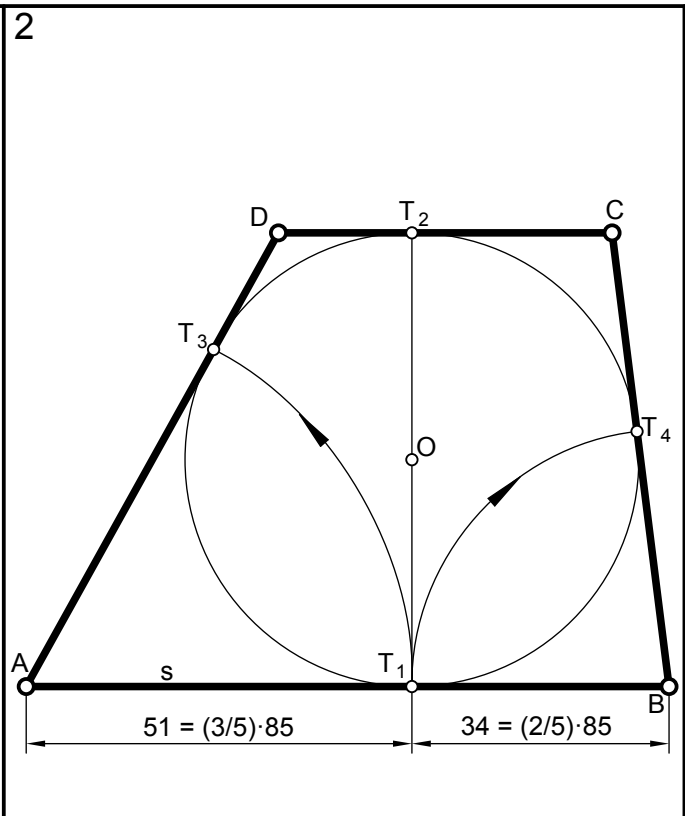
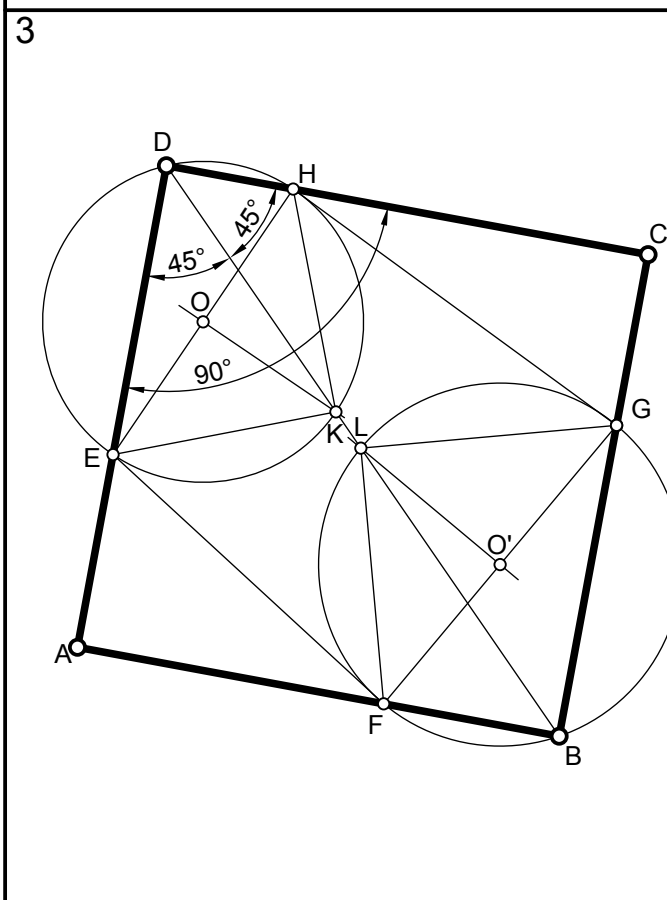


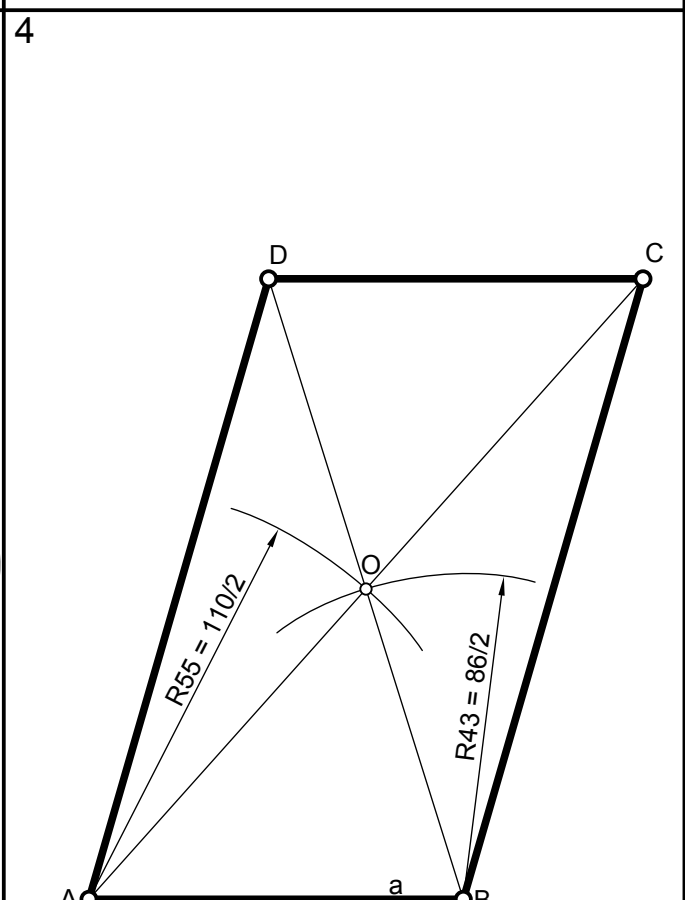
Dibujar un cuadrilátero inscrito en la circunferencia dada, sabiendo que uno de sus lados es el  $a = AB$ , que los lados contiguos a este lado, forman un ángulo de  $30^\circ$  y que el ángulo del vértice A vale  $105^\circ$ . Todas las construcciones se hacen con regla y compás.




Dibujar el trapecio circunscrito a la circunferencia dada, de tal manera que la base mayor, que mide 85 mm, queda de tal manera que a partir del punto de tangencia hacia la izquierda mide  $\frac{3}{5}$  de dicho lado.

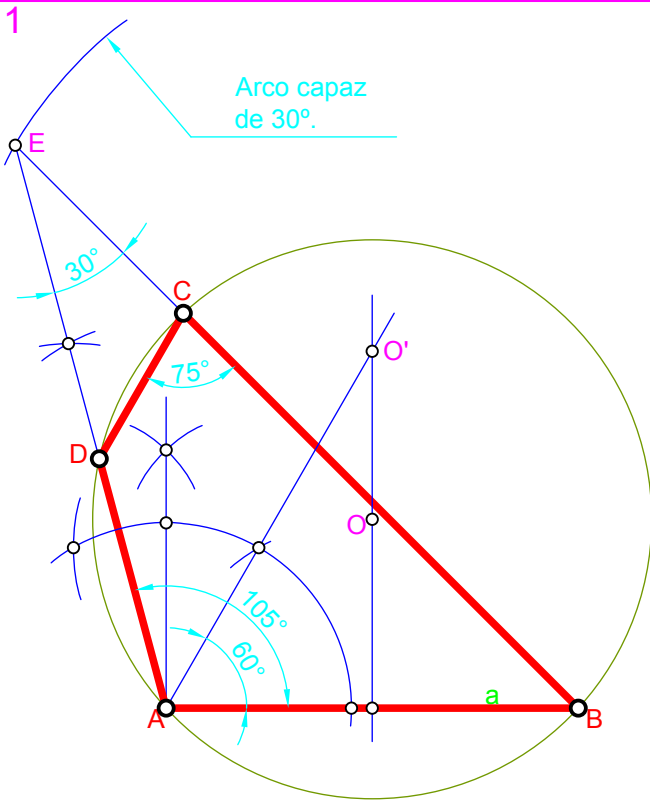


Dibujar el cuadrado del que se conocen la posición de cuatro puntos: E, F, G y H, por donde pasan sus cuatro lados.

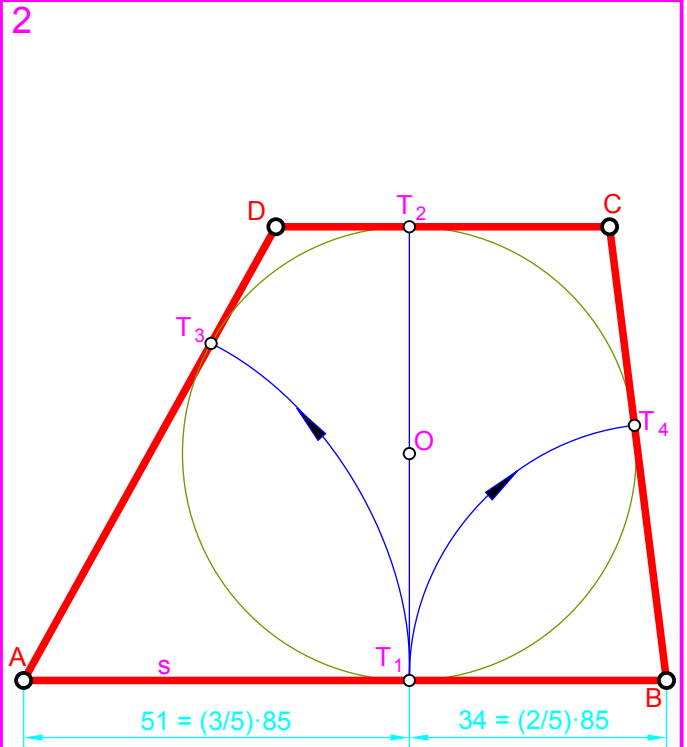


Dibujar el romboide cuyas diagonales valen 110 y 86 mm, siendo su lado menor el dibujado  $a = AB$ .

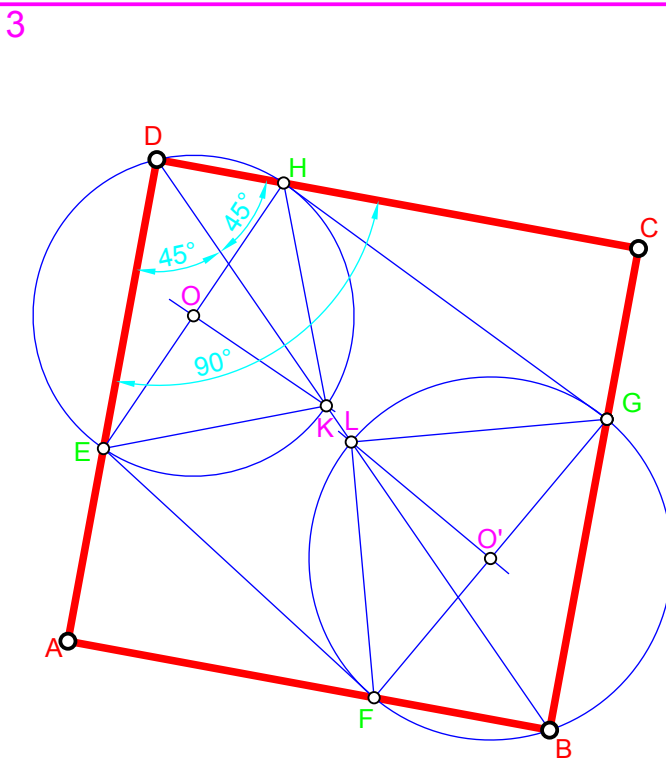
<p><b>1</b> Con los datos dados y a la vista de la figura solución, el problema se puede enunciar de la siguiente manera: Dibujar un triángulo, ABE, del que se conoce el lado, <math>a = AB</math>, el ángulo en el vértice <math>A = 105^\circ</math> y el ángulo opuesto al lado <math>a</math>, que vale <math>30^\circ</math> en el vértice <math>E</math>. Cuando se tenga el triángulo dibujado, los lados del ángulo de <math>30^\circ</math>, cortan a la circunferencia en los otros dos vértices del cuadrilátero.</p> <p>Dicho todo esto el proceso a seguir en la construcción es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Con vértice <math>A</math> se dibuja el ángulo de <math>105^\circ</math>, por suma de <math>90^\circ</math> más <math>15^\circ</math>; éste último se obtiene por bisección del ángulo de <math>30^\circ</math>.</li> <li>2. Se dibuja el arco capaz del ángulo de <math>30^\circ</math> respecto del segmento <math>AB</math>.</li> <li>3. El lado del ángulo de <math>105^\circ</math> corta al arco capaz en el punto <math>E</math> y a la circunferencia en el vértice <math>D</math>.</li> <li>4. Se une el punto <math>E</math> con el vértice <math>B</math>, cortando a la circunferencia en el otro vértice, <math>C</math>, del cuadrilátero <math>ABCD</math>.</li> </ol> <p>Se puede comprobar en el dibujo realizado, más o menos, una propiedad que tienen los cuadriláteros inscribibles, que dice: <i>la suma de los ángulos opuestos por el vértice, de los cuadriláteros inscribibles suma <math>180^\circ</math></i>. En el caso de nuestro dibujo, los vértices <math>A</math> y <math>C</math> suman, efectivamente, <math>180^\circ</math>.</p>	<p><b>2</b> Hay que tener en cuenta para este ejercicio:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Que desde un punto exterior a una circunferencia, al dibujar las rectas tangentes, los dos segmentos que se producen, desde el punto a los de tangencia, miden lo mismo.</li> <li>• Un cuadrilátero es circunscritable a una circunferencia, si sus lados son tangentes a ésta.</li> </ul> <p>Dicho esto, los pasos a seguir son:</p> <p>Datos: base mayor, que mide <math>85\text{ mm}</math>, queda de tal manera que a partir del punto de tangencia hacia la izquierda mide <math>3/5</math> de dicho lado.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se dibuja un diámetro paralelo al margen lateral, cuyos extremos son los puntos de tangencia <math>T_1</math> y <math>T_2</math>.</li> <li>2. Se dibuja por <math>T_1</math>, una línea, <math>s</math>, perpendicular al diámetro.</li> <li>3. A partir del punto <math>T_1</math> y sobre la línea <math>s</math>, se lleva a la izquierda los <math>3/5</math> de la base, es decir, <math>51\text{ mm}</math>. Hacia la <u>derecha</u> se lleva los <math>2/5</math>, completando así la base <math>AB</math>.</li> <li>4. Por lo dicho en el primer párrafo, se dibujan con centro en <math>A</math> y <math>B</math> y radios <math>\overline{AT_1}</math> y <math>\overline{BT_1}</math> dos arcos que cortan a la circunferencia en los puntos de tangencia, <math>T_3</math> y <math>T_4</math> respectivamente.</li> <li>5. Se dibujan las líneas <math>\overline{AT_3}</math> y <math>\overline{BT_4}</math>.</li> <li>6. Se dibuja por <math>T_2</math> una línea paralela a la base, que corta a las anteriores líneas en los otros dos vértices <math>C</math> y <math>D</math> del trapecio <math>ABCD</math>, que es escaleno.</li> </ol>	
<p><b>3</b> Hagamos un análisis de la figura, suponiendo el cuadrado <math>ABCD</math> ya dibujado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El triángulo <math>EDH</math>, por ejemplo, es rectángulo, luego está inscrito en una semicircunferencia. Se ha dibujado completa la circunferencia.</li> <li>• La diagonal del cuadrado, por ejemplo, la <math>BD</math>, forma con los lados ángulos de <math>45^\circ</math>, luego los ángulos <math>EDK</math> y <math>KDH</math> valen <math>45^\circ</math> y por ser iguales abarcan la misma magnitud de cuerda, en este caso los <math>\overline{EK}</math> y <math>\overline{KH}</math>, son de igual longitud, resultando que el punto <math>K</math> está en la diagonal.</li> <li>• Por ser las cuerdas iguales la mediatriz del segmento <math>EH</math>, contiene también el punto <math>K</math>.</li> <li>• Si se realiza el mismo razonamiento con el triángulo <math>FBG</math>, tenemos que el punto <math>L</math>, también está en la diagonal <math>BD</math> y en la mediatriz del segmento <math>FG</math>.</li> </ul> <p>De lo dicho se siguen los pasos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se dibujan las circunferencias de diámetros <math>EH</math> y <math>FG</math>, por ejemplo.</li> <li>2. Se dibujan las mediatrices de los diámetros anteriores, que cortan a las circunferencias en los puntos <math>K</math> y <math>L</math>.</li> <li>3. La línea <math>KL</math> corta a las circunferencias en los extremos de la diagonal <math>BD</math>.</li> <li>4. Se dibujan las líneas: <math>DH</math>, <math>DE</math>, <math>BG</math> y <math>BF</math>, que al cortarse, nos dan los otros dos vértices, <math>A</math> y <math>C</math>, del cuadrado <math>ABCD</math> buscado.</li> </ol>	<p><b>4</b> El ejercicio se puede transformar, por cortarse las diagonales en su punto medio, en: dibujar el triángulo conocidos sus lados: él <math>a = \overline{AB}</math>, y las mitades de las diagonales dadas del romboide.</p> <p>Luego el proceso es:</p> <p>Datos: lado <math>a = \overline{AB}</math>, diagonales de longitud <math>110</math> y <math>86\text{ mm}</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Con centro en <math>A</math> y radio <math>55\text{ mm}</math> (mitad de la diagonal de <math>110\text{ mm}</math>), se dibuja un arco.</li> <li>2. Con centro en <math>B</math> y radio <math>43\text{ mm}</math> (mitad de la diagonal de <math>86\text{ mm}</math>), se dibuja otro arco, que corta al anterior en el punto <math>O</math>.</li> <li>3. Se prolongan los lados <math>\overline{AO}</math> y <math>\overline{BO}</math> en su misma longitud, obteniendo los otros dos vértices, <math>C</math> y <math>D</math>, del romboide <math>ABCD</math>.</li> </ol> <p>NOTA: el decir que el lado, <math>a</math>, es el menor, es un dato innecesario, pues si es mayor o menor, depende de las diagonales, y del lado <math>a</math>.</p> <p>NOTA del ejercicio 2: En los cuadriláteros circunscribibles a una circunferencia, la suma de los lados opuestos vale lo mismo. Compruébalo en este ejercicio.</p>	
 <p style="text-align: center;"><b>Cuadriláteros 2</b></p>	CENTRO	
1.4 BT II		NOTA:



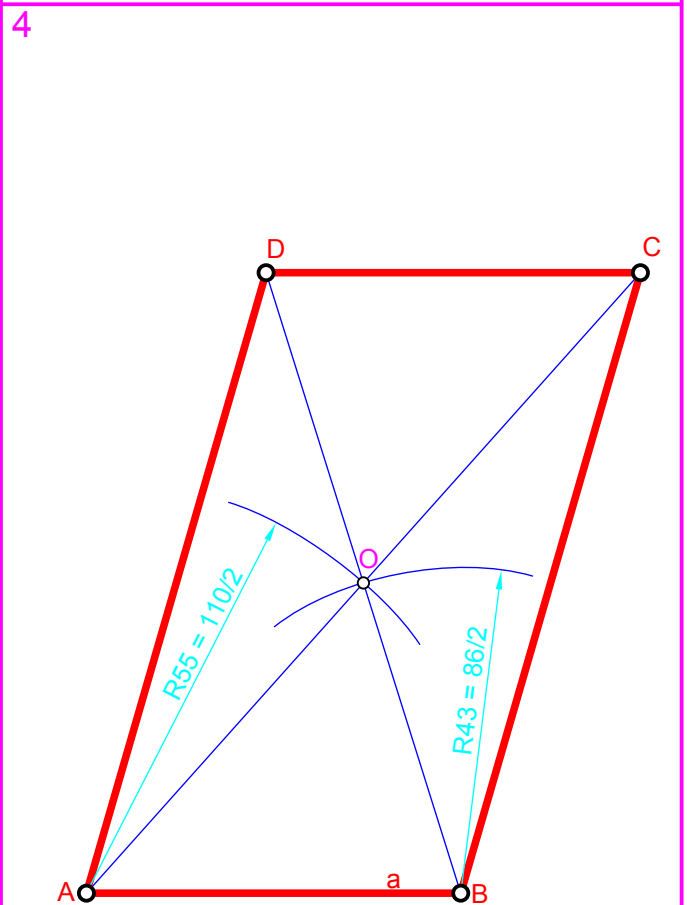
Dibujar un cuadrilátero inscrito en la circunferencia dada, sabiendo que uno de sus lados es el  $a = AB$ , que los lados contiguos a este lado, forman un ángulo de 30° y que el ángulo del vértice A vale 105°. Todas las construcciones se hacen con regla y compás.



Dibujar el trapecio circunscrito a la circunferencia dada, de tal manera que la base mayor, que mide 85 mm, queda de tal manera que a partir del punto de tangencia hacia la izquierda mide  $\frac{3}{5}$  de dicho lado.



Dibujar el cuadrado del que se conocen la posición de cuatro puntos: E, F, G y H, por donde pasan sus cuatro lados.



Dibujar el romboide cuyas diagonales valen 110 y 86 mm, siendo su lado menor el dibujado  $a = AB$ .

RG

## Cuadriláteros 2

CENTRO

1.4 BT II

NOTA:

<p><b>1</b> Con los datos dados y a la vista de la figura solución, el problema se puede enunciar de la siguiente manera: Dibujar un triángulo, ABE, del que se conoce el lado, <math>a = AB</math>, el ángulo en el vértice <math>A = 105^\circ</math> y el ángulo opuesto al lado <math>a</math>, que vale <math>30^\circ</math> en el vértice <math>E</math>. Cuando se tenga el triángulo dibujado, los lados del ángulo de <math>30^\circ</math>, cortan a la circunferencia en los otros dos vértices del cuadrilátero.</p> <p>Dicho todo esto el proceso a seguir en la construcción es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Con vértice <math>A</math> se dibuja el ángulo de <math>105^\circ</math>, por suma de <math>90^\circ</math> más <math>15^\circ</math>; éste último se obtiene por bisección del ángulo de <math>30^\circ</math>.</li> <li>2. Se dibuja el arco capaz del ángulo de <math>30^\circ</math> respecto del segmento <math>AB</math>.</li> <li>3. El lado del ángulo de <math>105^\circ</math> corta al arco capaz en el punto <math>E</math> y a la circunferencia en el vértice <math>D</math>.</li> <li>4. Se une el punto <math>E</math> con el vértice <math>B</math>, cortando a la circunferencia en el otro vértice, <math>C</math>, del cuadrilátero <math>ABCD</math>.</li> </ol> <p>Se puede comprobar en el dibujo realizado, más o menos, una propiedad que tienen los cuadriláteros inscribibles, que dice: <i>la suma de los ángulos opuestos por el vértice, de los cuadriláteros inscribibles suma <math>180^\circ</math></i>. En el caso de nuestro dibujo, los vértices <math>A</math> y <math>C</math> suman, efectivamente, <math>180^\circ</math>.</p>	<p><b>2</b> Hay que tener en cuenta para este ejercicio:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Que desde un punto exterior a una circunferencia, al dibujar las rectas tangentes, los dos segmentos que se producen, desde el punto a los de tangencia, miden lo mismo.</li> <li>• Un cuadrilátero es circunscritable a una circunferencia, si sus lados son tangentes a ésta.</li> </ul> <p>Dicho esto, los pasos a seguir son:  Datos: base mayor, que mide <math>85\text{ mm}</math>, queda de tal manera que a partir del punto de tangencia hacia la izquierda mide <math>3/5</math> de dicho lado.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se dibuja un diámetro paralelo al margen lateral, cuyos extremos son los puntos de tangencia <math>T_1</math> y <math>T_2</math>.</li> <li>2. Se dibuja por <math>T_1</math>, una línea, <math>s</math>, perpendicular al diámetro.</li> <li>3. A partir del punto <math>T_1</math> y sobre la línea <math>s</math>, se lleva a la izquierda los <math>3/5</math> de la base, es decir, <math>51\text{ mm}</math>. Hacia la derecha se lleva los <math>2/5</math>, completando así la base <math>AB</math>.</li> <li>4. Por lo dicho en el primer párrafo, se dibujan con centro en <math>A</math> y <math>B</math> y radios <math>\overline{AT_1}</math> y <math>\overline{BT_1}</math> dos arcos que cortan a la circunferencia en los puntos de tangencia, <math>T_3</math> y <math>T_4</math> respectivamente.</li> <li>5. Se dibujan las líneas <math>\overline{AT_3}</math> y <math>\overline{BT_4}</math>.</li> <li>6. Se dibuja por <math>T_2</math> una línea paralela a la base, que corta a las anteriores líneas en los otros dos vértices <math>C</math> y <math>D</math> del trapecio <math>ABCD</math>, que es escaleno.</li> </ol>
<p><b>3</b> Hagamos un análisis de la figura, suponiendo el cuadrado <math>ABCD</math> ya dibujado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El triángulo <math>EDH</math>, por ejemplo, es rectángulo, luego está inscrito en una semicircunferencia. Se ha dibujado completa la circunferencia.</li> <li>• La diagonal del cuadrado, por ejemplo, la <math>BD</math>, forma con los lados ángulos de <math>45^\circ</math>, luego los ángulos <math>EDK</math> y <math>KDH</math> valen <math>45^\circ</math> y por ser iguales abarcan la misma magnitud de cuerda, en este caso los <math>\overline{EK}</math> y <math>\overline{KH}</math>, son de igual longitud, resultando que el punto <math>K</math> está en la diagonal.</li> <li>• Por ser las cuerdas iguales la mediatriz del segmento <math>EH</math>, contiene también el punto <math>K</math>.</li> <li>• Si se realiza el mismo razonamiento con el triángulo <math>FBG</math>, tenemos que el punto <math>L</math>, también está en la diagonal <math>BD</math> y en la mediatriz del segmento <math>FG</math>.</li> </ul> <p>De lo dicho se siguen los pasos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se dibujan las circunferencias de diámetros <math>EH</math> y <math>FG</math>, por ejemplo.</li> <li>2. Se dibujan las mediatrices de los diámetros anteriores, que cortan a las circunferencias en los puntos <math>K</math> y <math>L</math>.</li> <li>3. La línea <math>KL</math> corta a las circunferencias en los extremos de la diagonal <math>BD</math>.</li> <li>4. Se dibujan las líneas: <math>DH</math>, <math>DE</math>, <math>BG</math> y <math>BF</math>, que al cortarse, nos dan los otros dos vértices, <math>A</math> y <math>C</math>, del cuadrado <math>ABCD</math> buscado.</li> </ol>	<p><b>4</b> El ejercicio se puede transformar, por cortarse las diagonales en su punto medio, en: dibujar el triángulo conocidos sus lados: él <math>a = \overline{AB}</math>, y las mitades de las diagonales dadas del romboide.</p> <p>Luego el proceso es:</p> <p>Datos: lado <math>a = \overline{AB}</math>, diagonales de longitud <math>110</math> y <math>86\text{ mm}</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Con centro en <math>A</math> y radio <math>55\text{ mm}</math> (mitad de la diagonal de <math>110\text{ mm}</math>), se dibuja un arco.</li> <li>2. Con centro en <math>B</math> y radio <math>43\text{ mm}</math> (mitad de la diagonal de <math>86\text{ mm}</math>), se dibuja otro arco, que corta al anterior en el punto <math>O</math>.</li> <li>3. Se prolongan los lados <math>\overline{AO}</math> y <math>\overline{BO}</math> en su misma longitud, obteniendo los otros dos vértices, <math>C</math> y <math>D</math>, del romboide <math>ABCD</math>.</li> </ol> <p>NOTA: el decir que el lado, <math>a</math>, es el menor, es un dato innecesario, pues si es mayor o menor, depende de las diagonales, y del lado <math>a</math>.</p> <p>NOTA del ejercicio 2: En los cuadriláteros circunscribibles a una circunferencia, la suma de los lados opuestos vale lo mismo. Compruébalo en este ejercicio.</p>
<p><b>AG</b> Cuadriláteros 2</p>	<p>CENTRO</p>
<p>1.4 BT II</p>	<p>NOTA:</p>