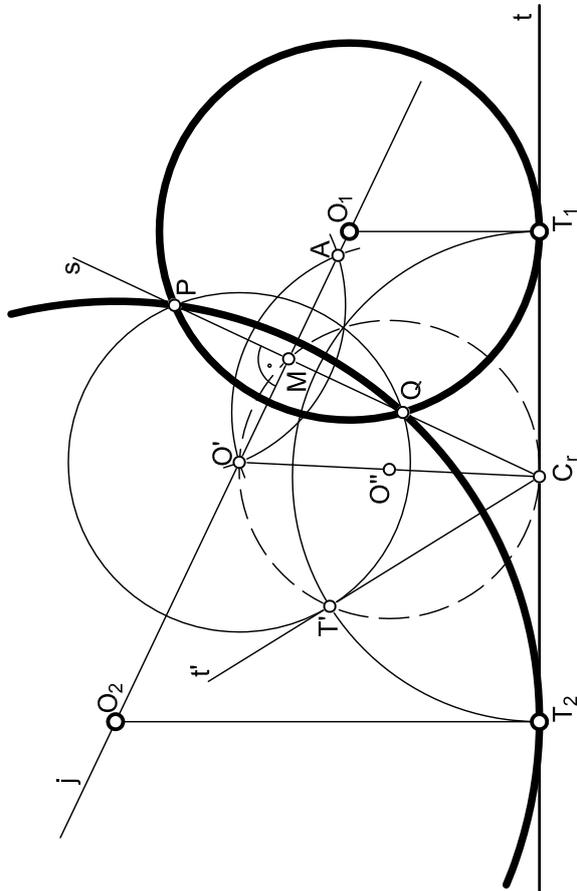
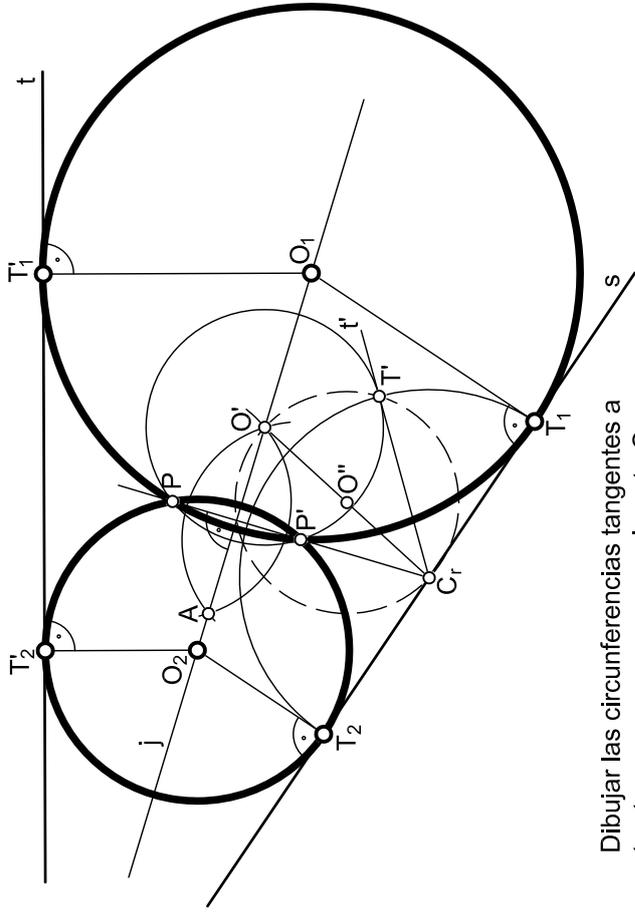


1



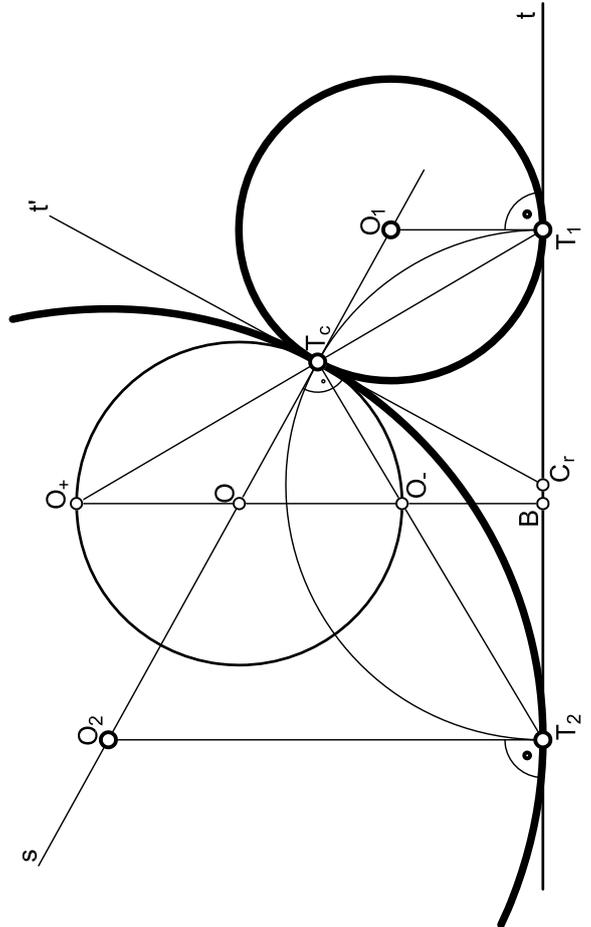
Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y que pasen por los puntos P y Q .

2



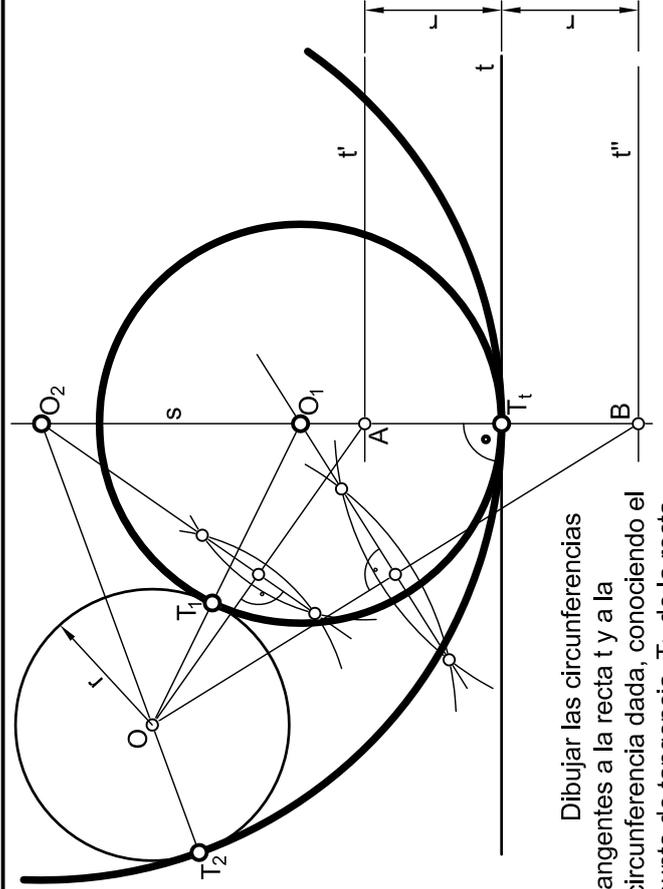
Dibujar las circunferencias tangentes a las rectas t y s , y que pasen por el punto Q .

3



Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y a la circunferencia dada, conociendo el punto de tangencia, T_c , en la circunferencia.

4



Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y a la circunferencia dada, conociendo el punto de tangencia, T_t , de la recta.

Dados los datos el proceso a seguir es el siguiente:

1. Se dibuja la mediatriz, j , del segmento PQ , por contener ésta los centros de las circunferencias solución.
2. Se dibuja un circunferencia auxiliar de centro O' y que contenga a los puntos P y Q .
3. Se prolonga la línea $PQ = s$, que corta a la recta t en el centro radical, Cr .
4. Desde Cr , se dibuja una de las rectas tangentes, t' , a la circunferencia auxiliar, obteniendo el punto de tangencia T' . Realmente solo nos interesa el punto de tangencia.
5. Con centro en Cr y radio $\overline{CrT'}$, se dibuja una semicircunferencia, que corta a la recta, t , en los puntos de tangencia T_1 y T_2 .
6. Desde los puntos de tangencia se dibujan rectas perpendiculares a la recta, t , que cortan a la mediatriz, j , en los centros O_1 y O_2 de las soluciones buscadas.
7. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben.

Dados los datos el proceso a seguir es el siguiente:

1. Se dibuja la línea, s , que une el centro O con el punto de tangencia, T_c ; esto es debido a la aplicación del LG, que dice: " *El LG de todos los centros de las circunferencias que son tangentes a otra conociendo el punto de tangencia en ella, es la recta que une su centro con el punto de tangencia*".
2. Se dibuja la recta tangente t' por el punto T_c a la circunferencia dada, cortando a la recta, t , en el centro radical, Cr .
3. Con centro en Cr y radio $\overline{CrT'}$, se dibuja una semicircunferencia, que corta a la recta, t , en los puntos de tangencia T_1 y T_2 .
4. Desde los puntos de tangencia se dibujan rectas perpendiculares a la recta, t , que cortan a la línea, s , en los centros O_1 y O_2 de las soluciones buscadas.
5. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben.

Este ejercicio también se puede hacer por inversión, utilizando los centros de inversión positivo O_+ , o negativo O_- , que están en la línea perpendicular a la recta t , que pasa por el centro O .

En este caso se obtiene primero los puntos de tangencia, T_1 y T_2 , al unir los puntos de inversión con el punto de tangencia T_c y cortar a la recta t . Los centros, O_1 y O_2 , se obtienen al dibujar desde los puntos de tangencia, T_1 y T_2 , rectas perpendiculares a la t y cortar a la línea s .

Los centros de las circunferencias solución están en la bisectriz del ángulo formado por las rectas t y s , pues es el LG de todos los puntos que equidistan de las rectas, t y s .

Si las soluciones contienen el punto P , también contienen su simétrico, P' , respecto de la bisectriz, luego el problema se ha transformado en el anterior ejercicio: *circunferencias tangentes a una recta, o la t o la s , y que pasan por dos puntos P y P'* .

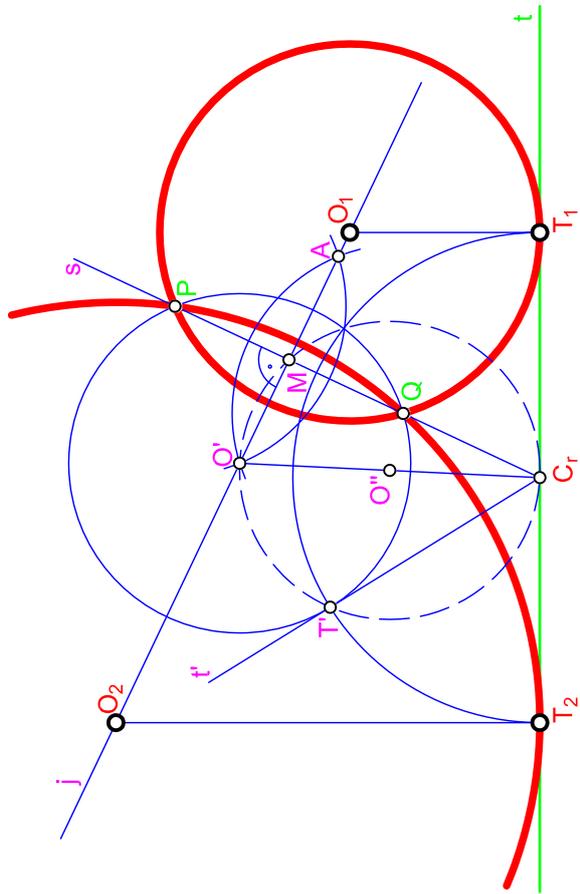
Cuya resolución, tomando la recta s , se realiza de manera similar a la del ejercicio anterior, variando solo, que una vez obtenidos los centros, O_1 y O_2 , se dibujan por ellos rectas perpendiculares a la recta, t , para obtener los puntos de tangencia T_1 y T_2 .

4 Vamos a aplicar dilataciones; procedimiento que consiste en transformar, mediante la compresión o expansión, los elementos en otros, para obtener un problema ya conocido, y después de resolverlo, deshaciendo la dilatación, obtener las soluciones buscadas.

En nuestro caso se utiliza la dilatación de radio, r , de la circunferencia dada, de tal manera que ...

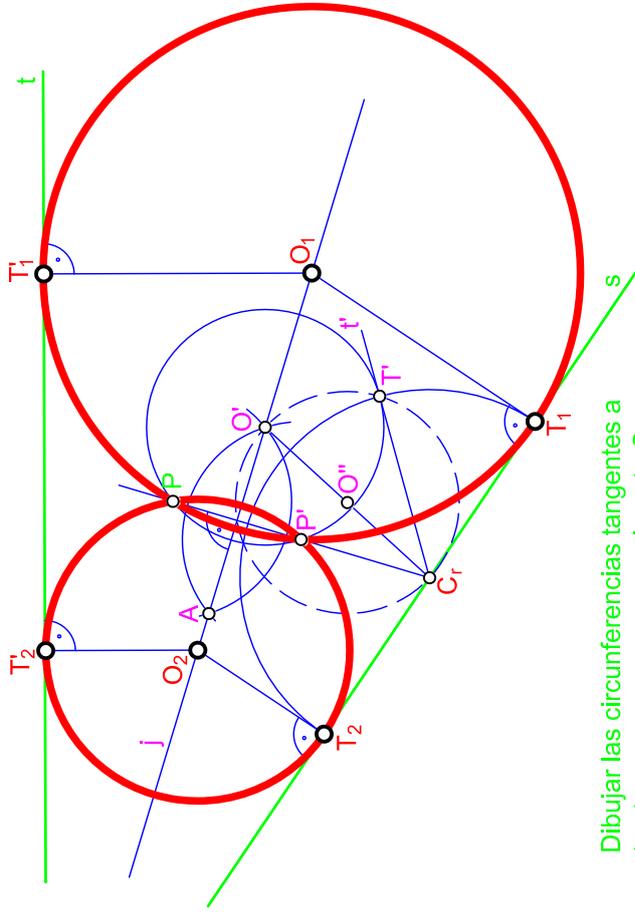
- La circunferencia de radio, r , se transforma en su centro O , y la recta t en otras dos, t' y t'' , paralelas a la distancia, r .
 - Los centros de las circunferencias tangentes a la recta, t , en el punto de tangencia, T_c , están en la recta, s , perpendicular a la t , por el punto T_c . Esto último está basado en el LG que dice: " *El LG de todos los centros de las circunferencias que son tangentes a una recta, conocido el punto de tangencia en la recta, es otra recta perpendicular a la dada, por el punto de tangencia*".
 - Las rectas t' y t'' cortan a la recta, s , en los puntos A y B , que hacen las veces de puntos de tangencia en las rectas, t' y t'' .
- Dicho esto, el problema original, ha quedado reducido a: *Circunferencia tangente a una recta, t' o t'' , en el punto de tangencia, A o B , y que pasen por un punto exterior, O (centro de la circunferencia dada)*. Realmente no hay que dibujar las rectas, t' y t'' , siendo el proceso a seguir el siguiente:
1. Se dibuja la recta, s , perpendicular a la t , por el punto T_c .
 2. Haciendo centro en T_c y con radio, r , se dibujan dos arcos que cortan a la recta s , en los puntos A y B .
 3. Se dibujan las mediatrices de los segmentos \overline{OA} y \overline{OB} , que cortan a la recta, s , en los centros, O_1 y O_2 , buscados.
 4. Los puntos de tangencia, T_1 y T_2 se obtienen al cortar a la circunferencia dada, la línea que une los centros obtenidos con él O .
 5. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben. También se puede resolver por inversión, de manera parecida al ejercicio anterior; resolución que invito a que haga el amable lector.

1



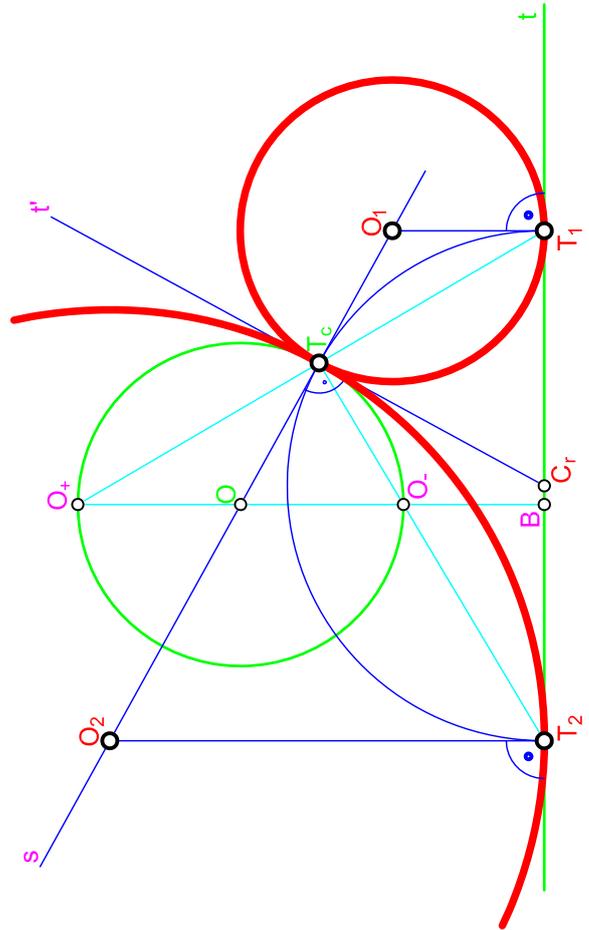
Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y que pasen por los puntos P y Q .

2



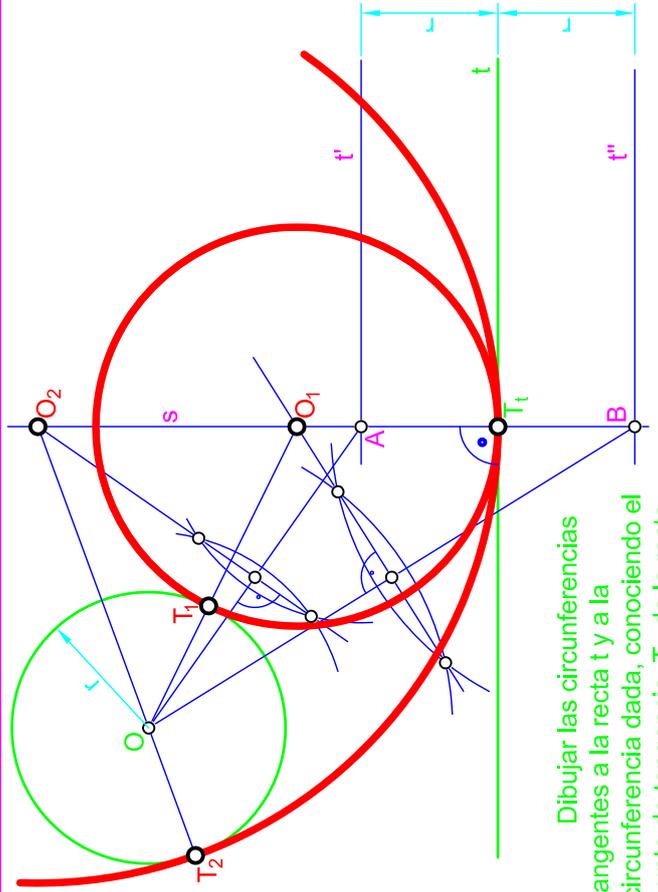
Dibujar las circunferencias tangentes a las rectas t y s , y que pasen por el punto Q .

3



Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y a la circunferencia dada, conociendo el punto de tangencia, T_c , en la circunferencia.

4



Dibujar las circunferencias tangentes a la recta t y a la circunferencia dada, conociendo el punto de tangencia, T_t , de la recta.



1

Dados los datos el proceso a seguir es el siguiente:

1. Se dibuja la mediatriz, j , del segmento \overline{PQ} , por contener ésta los centros de las circunferencias solución.
2. Se dibuja un circunferencia auxiliar de centro O' y que contenga a los puntos P y Q .
3. Se prolonga la línea $PQ = s$, que corta a la recta t en el centro radical, Cr .
4. Desde Cr , se dibuja una de las rectas tangentes, t' , a la circunferencia auxiliar, obteniendo el punto de tangencia T' . Realmente solo nos interesa el punto de tangencia.
5. Con centro en Cr y radio $\overline{CrT'}$, se dibuja una semicircunferencia, que corta a la recta, t , en los puntos de tangencia T_1 y T_2 .
6. Desde los puntos de tangencia se dibujan rectas perpendiculares a la recta, t , que cortan a la mediatriz, j , en los centros O_1 y O_2 de las soluciones buscadas.
7. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben.

3

Dados los datos el proceso a seguir es el siguiente:

1. Se dibuja la línea, s , que une el centro O con el punto de tangencia, T_c ; esto es debido a la aplicación del LG, que dice: " *El LG de todos los centros de las circunferencias que son tangentes a otra conociendo el punto de tangencia en ella, es la recta que une su centro con el punto de tangencia*".
2. Se dibuja la recta tangente t' por el punto T_c a la circunferencia dada, cortando a la recta, t , en el centro radical, Cr .
3. Con centro en Cr y radio $\overline{CrT'}$, se dibuja una semicircunferencia, que corta a la recta, t , en los puntos de tangencia T_1 y T_2 .
4. Desde los puntos de tangencia se dibujan rectas perpendiculares a la recta, t , que cortan a la línea, s , en los centros O_1 y O_2 de las soluciones buscadas.
5. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben.

Este ejercicio también se puede hacer por inversión, utilizando los centros de inversión positivo O_+ , o negativo O_- , que están en la línea perpendicular a la recta t , que pasa por el centro O .

En este caso se obtiene primero los puntos de tangencia, T_1 y T_2 , al unir los puntos de inversión con el punto de tangencia T_c y cortar a la recta t . Los centros, O_1 y O_2 , se obtienen al dibujar desde los puntos de tangencia, T_1 y T_2 , rectas perpendiculares a la t y cortar a la línea s .

2

Los centros de las circunferencias solución están en la bisectriz del ángulo formado por las rectas t y s , pues es el LG de todos los puntos que equidistan de las rectas, t y s .

Si las soluciones contienen el punto P , también contienen su simétrico, P' , respecto de la bisectriz, luego el problema se ha transformado en el anterior ejercicio: *circunferencias tangentes a una recta, o la t o la s , y que pasan por dos puntos P y P'* .

Cuya resolución, tomando la recta s , se realiza de manera similar a la del ejercicio anterior, variando solo, que una vez obtenidos los centros, O_1 y O_2 , se dibujan por ellos rectas perpendiculares a la recta, t , para obtener los puntos de tangencia T_1 y T_2 .

4

Vamos a aplicar dilataciones; procedimiento que consiste en transformar, mediante la compresión o expansión, los elementos en otros, para obtener un problema ya conocido, y después de resolverlo, deshaciendo la dilatación, obtener las soluciones buscadas.

En nuestro caso se utiliza la dilatación de radio, r , de la circunferencia dada, de tal manera que ...

- La circunferencia de radio, r , se transforma en su centro O , y la recta t en otras dos, t' y t'' , paralelas a la distancia, r .
 - Los centros de las circunferencias tangentes a la recta, t , en el punto de tangencia, T_c , están en la recta, s , perpendicular a la t , por el punto T_c . Esto último está basado en el LG que dice: " *El LG de todos los centros de las circunferencias que son tangentes a una recta, conocido el punto de tangencia en la recta, es otra recta perpendicular a la dada, por el punto de tangencia*".
 - Las rectas t' y t'' cortan a la recta, s , en los puntos A y B , que hacen las veces de puntos de tangencia en las rectas, t' y t'' .
- Dicho esto, el problema original, ha quedado reducido a: *Circunferencia tangente a una recta, t' o t'' , en el punto de tangencia, A o B , y que pasen por un punto exterior, O (centro de la circunferencia dada)*. Realmente no hay que dibujar las rectas, t' y t'' , siendo el proceso a seguir el siguiente:
1. Se dibuja la recta, s , perpendicular a la t , por el punto T_c .
 2. Haciendo centro en T_c y con radio, r , se dibujan dos arcos que cortan a la recta s , en los puntos A y B .
 3. Se dibujan las mediatrices de los segmentos \overline{OA} y \overline{OB} , que cortan a la recta, s , en los centros, O_1 y O_2 , buscados.
 4. Los puntos de tangencia, T_1 y T_2 se obtienen al cortar a la circunferencia dada, la línea que une los centros obtenidos con él O .
 5. Solo queda dibujar las circunferencias solución, o parte de ellas si no caben. También se puede resolver por inversión, de manera parecida al ejercicio anterior; resolución que invito a que haga el amable lector.