

1. En el primer caso, el plano auxiliar podría ser un proyectante, pero como la recta es horizontal, es más sencillo utilizar un horizontal β , que corta al plano α , según una recta horizontal, s , cuya proyección horizontal, s_1 , corta a la r_1 en la proyección I_1 , del punto intersección I buscado. La proyección vertical se determina como siempre (seguir el sentido de las flechas).
2. Este segundo caso es de aquellos, que puestos en un examen, producen desazón, pues de lo fácil que es, el alumno piensa que "hay gato encerrado", y por unos momentos se devana los sesos, para encontrar donde está el engaño. Engaño no hay, pues con los planos de perfil, sucede como con los proyectantes, pero por partida doble, los puntos intersección se obtienen directamente, donde cortan las trazas del plano con las proyecciones homónimas de la recta.
3. Este tercer caso, sí que es algo enrevesado, pues se sale de lo que estamos acostumbrados.

El plano dado, α , está definido por un par de rectas, t y s , que se cortan en el punto A . Pero en este caso, no se puede determinar sus trazas dentro del papel, luego no tenemos las del plano. Estamos en la situación de cuando las trazas de los planos, no se cortan dentro del papel. Veamos los pasos, que son similares:

- La recta r , la hacemos contener en un proyectante horizontal β .
- Tenemos que determinar la intersección del plano $\alpha(s,t)$ con él β , para ello ...
- Se dibuja un plano horizontal δ , que corta al proyectante β , según la recta horizontal, m , y al plano α , según la recta también horizontal, p , obtenida de la siguiente manera:
 - A. δ_2 corta a las proyecciones t_2 y s_2 en las proyecciones B_2 y C_2 , cuyas proyecciones horizontales, se obtienen, como siempre, al cortar las líneas de proyección a las respectivas proyecciones horizontales, de las rectas t y s .
 - B. Se une estas últimas proyecciones, teniendo así la proyección horizontal, p_1 , de la recta p , que corta a la proyección r_1 en F_1 , proyección horizontal del punto F .
 - C. Se determina la proyección vertical del punto F , que está en la traza vertical, δ_2 , del plano δ .
Ya tenemos un punto, F , de la recta intersección entre el plano proyectante β , y el $\alpha(s,t)$.
- Para obtener otro punto, G , se sigue similar proceso, pero con el plano horizontal $\gamma(\gamma_2)$.
- Se une las proyecciones de los puntos F y G , y se tiene la recta $j(j_1,j_2)$, cuya proyección vertical corta a r_2 en I_2 . Solo queda obtener la proyección horizontal, I_1 , del punto de intersección I .

Observación de este ejercicio: Las rectas p y q , son horizontales, luego sus proyecciones horizontales, dan la dirección de la traza horizontal del plano α . Si se hubiera cortado a las rectas, t y s , por planos frontales, se habría obtenido la dirección de la traza vertical. Esto nos da un procedimiento, para determinar las direcciones de las trazas, aunque no podamos obtener estas.

4. En este caso, de la recta intersección entre el proyectante horizontal β , que contiene a la recta r , y el plano α , solo disponemos de un punto, el vértice V , por tanto se necesita otro plano auxiliar.
 - Utilizando el horizontal δ , cuya traza vertical δ_2 , pasa por la proyección vertical, A_2 , del punto A . De esta manera, la recta intersección, p , entre el plano δ y el α , se obtiene con facilidad, pues su proyección horizontal, p_1 , pasa por A_1 .
 - La intersección del plano δ con el proyectante β , da la recta t , cuya proyección horizontal t_1 corta a p_1 en la proyección B_1 . B_2 se obtiene como siempre. Al unir las proyecciones del punto B con el vértice, V , se obtiene la recta $s(s_1,s_2)$, cuya proyección vertical, corta a r_1 en la proyección I_2 .
5. El quinto caso no es una intersección de recta con plano, sino una comprobación de pertenencia, veamos el razonamiento.
 - Este ejercicio se resuelve de manera muy sencilla en la proyección de perfil, al comprobar que la proyección de perfil, r_3 , está o no sobre la proyección de perfil, α_3 , del plano α . Ya adelantamos que la recta r no pertenece al plano α . Ahora veamos por qué, sin utilizar el plano de proyección de perfil, PP :
 - Todas las rectas de un plano que corta a la LT o son paralelas a la LT o la cortan.
 - Dibujamos una recta, cualesquiera $s(s_1,s_2)$ del plano α , para ello es suficiente, que sus proyecciones pasen por las homónimas del punto A , y además se corten en un punto cualquiera $K(K_1,K_2)$ de la LT .
 - Resulta que su proyección vertical s_1 , corta a la vertical r_1 en la proyección C_2 . Si desde esta proyección dibujamos la línea de proyección, vemos que corta en dos proyecciones distintas a las horizontales, r_1 y s_1 , es decir, que se obtienen dos puntos, C y E , resultando que él C no pertenece al plano α .
 - Similar razonamiento podemos seguir con la intersección de las proyecciones horizontales, r_1 y s_1 .
 - Concluimos de todo esto, que las rectas s y t se cruzan, luego la recta r no pertenece al plano α .

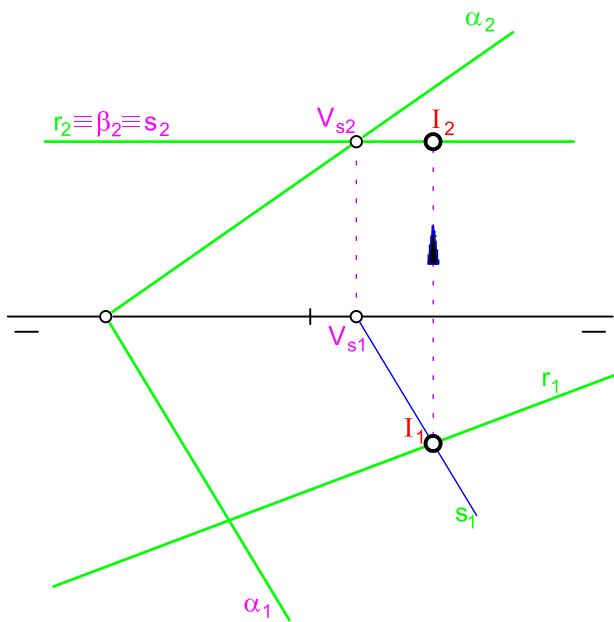
En general en este tipo de ejercicios, hay que comprobar que dos puntos de la recta, están en el plano, para verificar la pertenencia.

6. En este sexto caso, tenemos la fatalidad, de la coincidencia de los vértices del proyectante vertical β y el plano α , teniendo que recurrir a un plano horizontal δ . El resto del proceso es similar al visto en casos anteriores, donde solo teníamos un punto de la recta intersección.

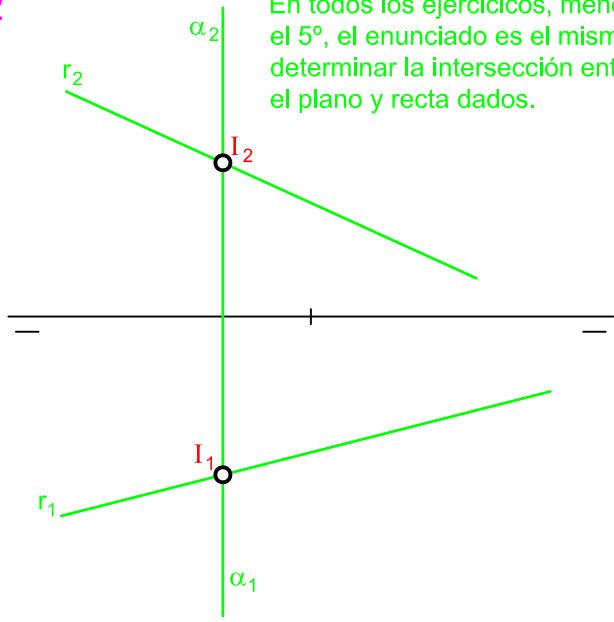
En este caso la intersección del plano β con el δ , da una recta de punta $q(q_1,q_2)$.

La recta intersección entre el plano, β , y el α , da la recta, s , que corta a la, r , en el punto I buscado, que está en el 4º cuadrante.

1

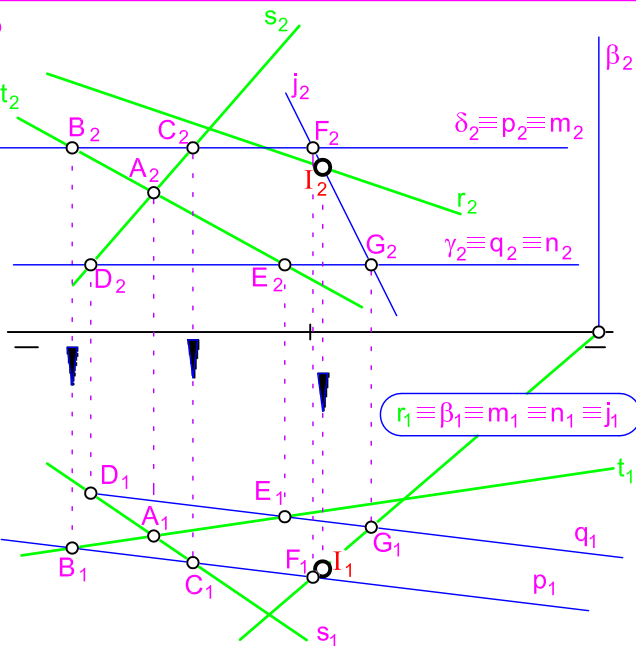


2

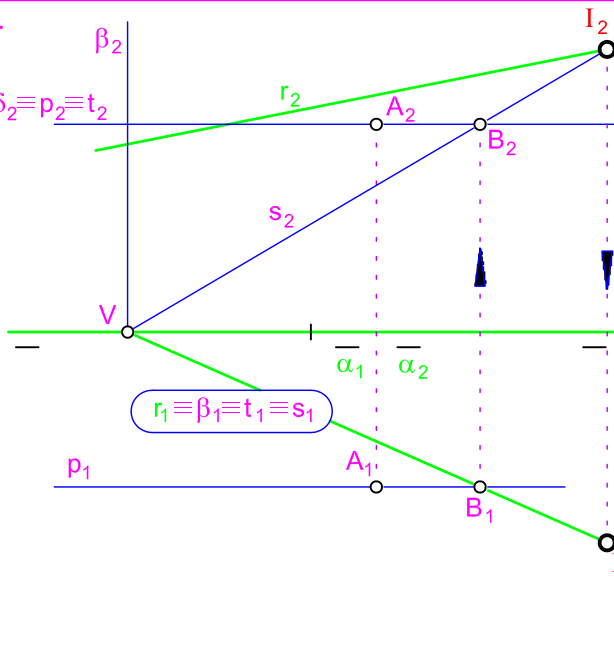


En todos los ejercicios, menos el 5º, el enunciado es el mismo: determinar la intersección entre el plano y recta dados.

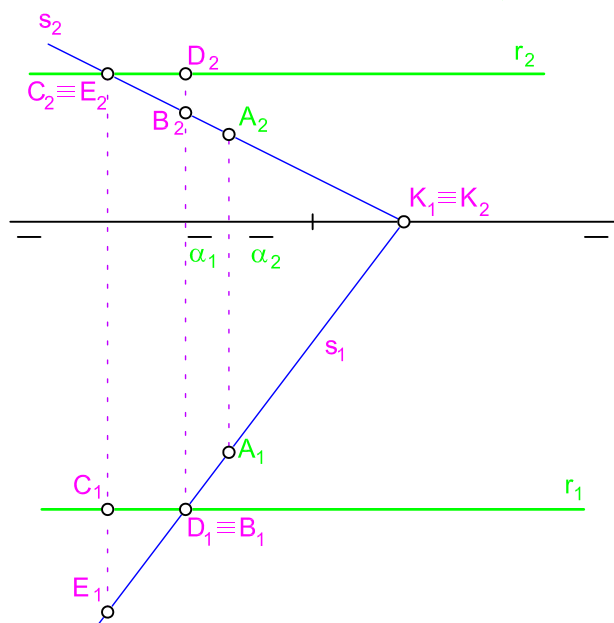
3



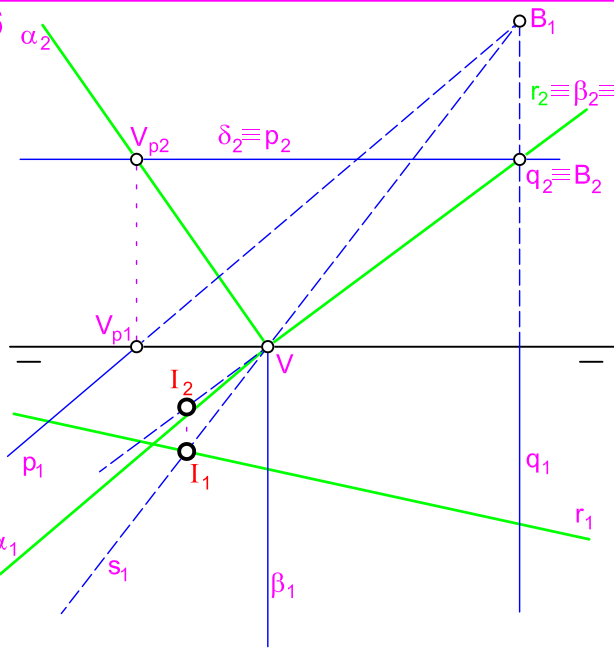
4



5 Determinar si la recta r pertenece al plano α , sin utilizar la proyección de perfil.



6



1. En el primer caso, el plano auxiliar podría ser un proyectante, pero como la recta es horizontal, es más sencillo utilizar un horizontal β , que corta al plano α , según una recta horizontal, s , cuya proyección horizontal, s_1 , corta a la r_1 en la proyección I_1 , del punto intersección I buscado. La proyección vertical se determina como siempre (seguir el sentido de las flechas).
2. Este segundo caso es de aquellos, que puestos en un examen, producen desazón, pues de lo fácil que es, el alumno piensa que "hay gato encerrado", y por unos momentos se devana los sesos, para encontrar donde está el engaño. Engaño no hay, pues con los planos de perfil, sucede como con los proyectantes, pero por partida doble, los puntos intersección se obtienen directamente, donde cortan las trazas del plano con las proyecciones homónimas de la recta.
3. Este tercer caso, sí que es algo enrevesado, pues se sale de lo que estamos acostumbrados.

El plano dado, α , está definido por un par de rectas, t y s , que se cortan en el punto A . Pero en este caso, no se puede determinar sus trazas dentro del papel, luego no tenemos las del plano. Estamos en la situación de cuando las trazas de los planos, no se cortan dentro del papel. Veamos los pasos, que son similares:

- La recta r , la hacemos contener en un proyectante horizontal β .
- Tenemos que determinar la intersección del plano $\alpha(s,t)$ con él β , para ello ...
- Se dibuja un plano horizontal δ , que corta al proyectante β , según la recta horizontal, m , y al plano α , según la recta también horizontal, p , obtenida de la siguiente manera:
 - A. δ_2 corta a las proyecciones t_2 y s_2 en las proyecciones B_2 y C_2 , cuyas proyecciones horizontales, se obtienen, como siempre, al cortar las líneas de proyección a las respectivas proyecciones horizontales, de las rectas t y s .
 - B. Se une estas últimas proyecciones, teniendo así la proyección horizontal, p_1 , de la recta p , que corta a la proyección r_1 en F_1 , proyección horizontal del punto F .
 - C. Se determina la proyección vertical del punto F , que está en la traza vertical, δ_2 , del plano δ .
Ya tenemos un punto, F , de la recta intersección entre el plano proyectante β , y el $\alpha(s,t)$.
- Para obtener otro punto, G , se sigue similar proceso, pero con el plano horizontal $\gamma(\gamma_2)$.
- Se une las proyecciones de los puntos F y G , y se tiene la recta $j(j_1,j_2)$, cuya proyección vertical corta a r_2 en I_2 . Solo queda obtener la proyección horizontal, I_1 , del punto de intersección I .

Observación de este ejercicio: Las rectas p y q , son horizontales, luego sus proyecciones horizontales, dan la dirección de la traza horizontal del plano α . Si se hubiera cortado a las rectas, t y s , por planos frontales, se habría obtenido la dirección de la traza vertical. Esto nos da un procedimiento, para determinar las direcciones de las trazas, aunque no podamos obtener estas.

4. En este caso, de la recta intersección entre el proyectante horizontal β , que contiene a la recta r , y el plano α , solo disponemos de un punto, el vértice V , por tanto se necesita otro plano auxiliar.
 - Utilizando el horizontal δ , cuya traza vertical δ_2 , pasa por la proyección vertical, A_2 , del punto A . De esta manera, la recta intersección, p , entre el plano δ y él α , se obtiene con facilidad, pues su proyección horizontal, p_1 , pasa por A_1 .
 - La intersección del plano δ con el proyectante β , da la recta t , cuya proyección horizontal t_1 corta a p_1 en la proyección B_1 . B_2 se obtiene como siempre. Al unir las proyecciones del punto B con el vértice, V , se obtiene la recta $s(s_1,s_2)$, cuya proyección vertical, corta a r_1 en la proyección I_2 .
5. El quinto caso no es una intersección de recta con plano, sino una comprobación de pertenencia, veamos el razonamiento.
 - Este ejercicio se resuelve de manera muy sencilla en la proyección de perfil, al comprobar que la proyección de perfil, r_3 , está o no sobre la proyección de perfil, α_3 , del plano α . Ya adelantamos que la recta r no pertenece al plano α . Ahora veamos por qué, sin utilizar el plano de proyección de perfil, PP :
 - Todas las rectas de un plano que corta a la LT o son paralelas a la LT o la cortan.
 - Dibujamos una recta, cualesquiera $s(s_1,s_2)$ del plano α , para ello es suficiente, que sus proyecciones pasen por las homónimas del punto A , y además se corten en un punto cualquiera $K(K_1,K_2)$ de la LT .
 - Resulta que su proyección vertical s_1 , corta a la vertical r_1 en la proyección C_2 . Si desde esta proyección dibujamos la línea de proyección, vemos que corta en dos proyecciones distintas a las horizontales, r_1 y s_1 , es decir, que se obtienen dos puntos, C y E , resultando que él C no pertenece al plano α .
 - Similar razonamiento podemos seguir con la intersección de las proyecciones horizontales, r_1 y s_1 .
 - Concluimos de todo esto, que las rectas s y t se cruzan, luego la recta r no pertenece al plano α .

En general en este tipo de ejercicios, hay que comprobar que dos puntos de la recta, están en el plano, para verificar la pertenencia.
6. En este sexto caso, tenemos la fatalidad, de la coincidencia de los vértices del proyectante vertical β y el plano α , teniendo que recurrir a un plano horizontal δ . El resto del proceso es similar al visto en casos anteriores, donde solo teníamos un punto de la recta intersección.
En este caso la intersección del plano β con el δ , da una recta de punta $q(q_1,q_2)$.
La recta intersección entre el plano, β , y el α , da la recta, s , que corta a la, r , en el punto I buscado, que está en el 4º cuadrante.